

Forecasting Volatility of the Tehran Stock Exchange Total Index Using Artificial Neural Networks and GARCH Models: A Comparative Study

Sajjad Bayazi¹ *

^{1*} PhD student in Economics, Allameh Tabatabaee University, Tehran, Iran (Corresponding author), Email: Bayazi.sajjad@gmail.com

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 30/07/2026

Received in revised form: 27/08/2026

Accepted: 10/10/2026

Keywords:

Volatility forecasting
Tehran Stock Exchange
GARCH family models
Artificial neural network
Financial econometrics

ABSTRACT

Price volatility in capital markets is a fundamental element of investment decision-making and risk management. Given the nonlinear characteristics and conditional heteroskedasticity inherent in financial time series, this study compares the forecasting performance of GARCH-family econometric models and the Multilayer Perceptron (MLP) artificial neural network in estimating the volatility of the Tehran Stock Exchange (TSE) Total Index. Daily data for the TSE Total Index spanning from March 2014 (Farvardin 1393) to March 2024 (Esfand 1402) were utilized. Following the calculation of daily log returns, stationarity and the presence of ARCH effects were assessed, and GARCH(1,1), EGARCH(1,1), and GJR-GARCH(1,1) models were fitted. Subsequently, an MLP neural network was designed using inputs comprising lagged returns, trading volume, and conditional volatility derived from the EGARCH model; the network was trained using the Levenberg-Marquardt algorithm. Out-of-sample forecasting performance was evaluated using RMSE, MAE, MAPE, and QLIKE metrics, alongside the Diebold-Mariano test. Statistical tests confirmed the stationarity of returns and the presence of ARCH effects. The leverage effect coefficient was significant at the 1% level in both asymmetric models, and the EGARCH model demonstrated the best fit among the GARCH-family models based on AIC and BIC criteria. In the out-of-sample forecast (490 observations), the ranking of models from most accurate to least accurate was ANN-MLP+EGARCH, ANN-MLP, EGARCH, GJR-GARCH, and GARCH(1,1); the Diebold-Mariano test indicated that the superiority of both neural network models over EGARCH was statistically significant. Neural networks—particularly when combined with EGARCH conditional volatility—significantly improved volatility forecasting accuracy compared to standalone GARCH models; thus, hybrid AI-GARCH tools can be beneficial for setting stop-loss limits and managing risk in the Tehran Stock Exchange, although the interpretation of this superiority depends on the definition of the volatility proxy.

Article Type: Research Paper



©Authors

Cite: Bayazi, S. (2026). Forecasting Volatility of the Tehran Stock Exchange Total Index Using Artificial Neural Networks and GARCH Models: A Comparative Study. *Journal of Intelligent Financial Management*, 2(2), 295-307.

Journal of Intelligent Financial Management,
2025, Vol. 2, No.2, pp. 295- 307

Publish by:

Tolou-e Binsh-e Ayandeh Scientific Institute

<https://doi.org/10.25843/JIFM.2025.8563.21287>

پیش بینی نوسانات شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و مدل های GARCH: یک مطالعه مقایسه ای

سجاد بیاضی^{۱*}

۱ و * - دانشجوی دکتری اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)، ایمیل نویسنده مسئول: Bayazi.sajjad@gmail.com

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۵/۰۸

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۶/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۷/۱۸

کلیدواژه ها:

پیش بینی نوسانات

بورس اوراق بهادار تهران

مدل های خانواده GARCH

شبکه عصبی مصنوعی

اقتصادسنجی مالی

چکیده

نوسانات قیمت ها در بازار سرمایه یکی از ارکان اصلی تصمیم گیری سرمایه گذاری و مدیریت ریسک است. با توجه به ویژگی های غیرخطی و ناهمسانی واریانس شرطی در سری های زمانی مالی، این پژوهش قدرت پیش بینی مدل های اقتصادسنجی مالی خانواده GARCH و شبکه عصبی مصنوعی پرسپترون چندلایه را در تخمین نوسانات شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران مقایسه می کند. از داده های روزانه شاخص کل بورس تهران در بازه فروردین ۱۳۹۳ تا اسفند ۱۴۰۲ استفاده شد. پس از محاسبه بازده لگاریتمی روزانه، مانایی و وجود اثرات ARCH بررسی و مدل های GARCH (۱،۱)، EGARCH (۱،۱) و GARCH-GJR (۱،۱) برازش شدند. سپس شبکه عصبی MLP با ورودی های بازده های باوقفه، حجم معاملات و نوسان شرطی استخراج شده از EGARCH طراحی و با الگوریتم لونبرگ-مارکوات آموزش داده شد. عملکرد پیش بینی خارج از نمونه با معیارهای MAPE، MAE، RMSE و QLIKE و آزمون دیبولد-ماریانو مقایسه گردید. آزمون ها مانایی بازده ها و وجود اثرات ARCH را تأیید کردند. ضریب اثر اهرمی در هر دو مدل نامتقارن در سطح ۱٪ معنی دار بود و EGARCH بر پایه AIC و BIC بهترین برازش را در میان مدل های خانواده GARCH داشت. در پیش بینی خارج از نمونه (۴۹۰ مشاهده)، رتبه بندی مدل ها از دقیق ترین به ضعیف ترین به صورت EGARCH+MLP-ANN، MLP-ANN، EGARCH، GARCH-GJR و GARCH (۱،۱) بود و آزمون دیبولد-ماریانو برتری هر دو شبکه را بر EGARCH معنی دار نشان داد. شبکه عصبی، به ویژه در ترکیب با نوسان شرطی EGARCH، دقت پیش بینی نوسان را نسبت به مدل های GARCH منفرد به طور معنی داری بهبود داد؛ از این رو ابزارهای ترکیبی هوش مصنوعی و GARCH می توانند در تنظیم حد زیان و مدیریت ریسک در بورس تهران سودمند باشند، هرچند تفسیر این برتری به تعریف پراکسی نوسان وابسته است.

نوع مقاله: پژوهشی



© نویسندگان

استناد: بیاضی، سجاد. (۱۴۰۵). پیش بینی نوسانات شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و مدل های GARCH: یک مطالعه مقایسه ای. مدیریت مالی هوشمند، ۲(۲)، ۲۹۵-۳۰۷.

نشریه مدیریت مالی هوشمند، ۱۴۰۵، دوره ۲، شماره ۲، صفحه ۳۰۷-۲۹۵.

ناشر: موسسه علمی طلوع بینش آینده

<https://doi.org/10.25843/JIFM.2025.8563.21287>

۱. مقدمه

نوسان بازده دارایی‌ها یکی از پرکاربردترین شاخص‌های ریسک در مالی است و در قیمت‌گذاری مشتقات، تخصیص دارایی، محاسبه ارزش در معرض ریسک و سیاست‌گذاری نظارتی نقش مستقیم دارد (Poon & Granger, ۲۰۰۳). از این رو پیش‌بینی دقیق نوسان، هم برای سرمایه‌گذاران و هم برای نهادهای ناظر اهمیت عملی دارد.

سری‌های بازده مالی معمولاً دارای خوشه‌بندی نوسان، توزیع دم‌پهن و اثر اهرمی (واکنش نامتقارن نوسان به اخبار مثبت و منفی) هستند. مدل ARCH (Engle, ۱۹۸۲) و تعمیم آن یعنی GARCH (Bollerslev, ۱۹۸۶) برای مدل‌سازی ناهمسانی واریانس شرطی ارائه شدند و مدل‌های EGARCH (Nelson, ۱۹۹۱) و GJR-GARCH (Glosten et al., ۱۹۹۳) نامتقارن بودن واکنش نوسان را وارد چارچوب کردند. در سال‌های اخیر، روش‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق به دلیل توانایی در یادگیری روابط غیرخطی، به عنوان جایگزین یا مکمل این مدل‌ها مطرح شده‌اند (Kim & Won, ۲۰۱۸; Bucci, ۲۰۲۰).

شواهد تجربی یکدست نیست. برخی پژوهش‌ها نشان داده‌اند مدل‌های ترکیبی مبتنی بر TMLS و GARCH از مدل‌های منفرد دقیق‌ترند (Iepaczuk, Ś & Roszyk, ۲۰۲۴; Xu et al., ۲۰۲۴)، در حالی که مطالعه‌ای روی شاخص NIFTY ۵۰ نتیجه گرفته است مدل‌های GARCH اندکی بهتر از LSTM عمل می‌کنند (Mahajan et al., ۲۰۲۲). بنابراین برتری روش‌های هوش مصنوعی به بازار، دوره نمونه، تعریف نوسان و معیار ارزیابی وابسته است و باید برای هر بازار به صورت تجربی آزمون شود.

بازار سهام تهران به دلیل ساختار ویژه (از جمله دامنه نوسان مجاز روزانه، حجم بالای معاملات خرد و حساسیت به تحولات کلان اقتصادی) زمینه مناسبی برای این مقایسه است. پژوهش‌های داخلی و خارجی درباره این بازار بیشتر بر پیش‌بینی قیمت یا روند با روش‌های یادگیری ماشین و عمیق متمرکز بوده‌اند (Nabipour et al., ۲۰۲۰; Aminimehr et al., ۲۰۲۰; Boroumand & Doaei, ۲۰۲۴) و در مرور انجام‌شده برای این مقاله، مقایسه مستقیم GARCH نامتقارن و شبکه عصبی بر نوسان شرطی شاخص کل با معیارهای مقاوم به نویز پراکسی نوسان کمتر دیده شد.

هدف این پژوهش مقایسه دقت پیش‌بینی خارج از نمونه نوسان شاخص کل بورس تهران با مدل‌های GARCH (۱،۱)، EGARCH (۱،۱)، GARCH-GJR (۱،۱) و شبکه عصبی MLP است. پرسش‌ها و فرضیه‌های پژوهش به شرح زیر است:

فرضیه ۱: بازده روزانه شاخص کل بورس تهران دارای اثرات ARCH (ناهمسانی واریانس شرطی) است.
فرضیه ۲: اثر اهرمی (نامتقارن) در نوسان شاخص کل معنی‌دار است و مدل‌های نامتقارن (EGARCH و GARCH-GJR) دقت پیش‌بینی بیشتری از GARCH (۱،۱) دارند.

فرضیه ۳: شبکه عصبی MLP در پیش‌بینی خارج از نمونه نوسان، از مدل‌های خانواده GARCH دقت بیشتری دارد.
سهم پژوهش عبارت است از: (الف) مقایسه هم‌زمان مدل‌های متقارن، نامتقارن و شبکه عصبی در یک چارچوب ارزیابی یکسان؛ (ب) استفاده از توابع زیان مقاوم (MSE و QLIKE) و آزمون دیبولد-مارینو علاوه بر RMSE، MAE و MAPE؛ و (ج) ارائه پیامدهای کاربردی برای مدیریت ریسک در بازار ایران. ساختار مقاله: بخش ۲ مبانی نظری و پیشینه، بخش ۳ روش‌شناسی، بخش ۴ یافته‌ها، بخش ۵ بحث و بخش ۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادها است.

۲. مبانی نظری و مرور ادبیات

۲-۱. نوسان و ویژگی‌های سری بازده

نوسان شرطی مشاهده‌پذیر نیست و باید از طریق مدل یا یک پراکسی تخمین زده شود. ساختار عمومی مدل بازده به صورت زیر است:

$$(۱) \quad R_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim \text{i.i.d.}(0, 1)$$

که در آن R_t بازده، σ_t انحراف معیار شرطی و z_t جزء اخلال استاندارد است. توزیع z_t می‌تواند نرمال، t استیودنت یا GED باشد.

۲-۲. مدل‌های خانواده GARCH

مدل GARCH (۱،۱) واریانس شرطی را تابعی از مجذور شوک دوره قبل و واریانس شرطی دوره قبل می‌داند (Bollerslev, ۱۹۸۶):

$$(۲) \quad \sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

این مدل متقارن است و اثر اهرمی را نمی‌گیرد. مدل EGARCH (Nelson, ۱۹۹۱) واریانس را در قالب لگاریتمی مدل می‌کند و از این رو نیازی به قیدهای نامنفی بودن پارامترها ندارد:

$$(۳) \ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha |\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1}| + \gamma (\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1})$$

اگر ضریب γ منفی و معنی‌دار باشد، شوک‌های منفی نوسان بیشتری از شوک‌های مثبت هم‌اندازه ایجاد می‌کنند (اثر اهرمی). مدل GARCH(-GJR) (Glosten et al., ۱۹۹۳) همین اثر را با یک متغیر آستانه‌ای وارد می‌کند:

$$(۴) \sigma_t^2 = \omega + (\alpha + \gamma I_{t-1}) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad I_{t-1} = 1 \text{ if } \varepsilon_{t-1} < 0, \text{ else } 0$$

۳-۲. شبکه عصبی پرسپترون چندلایه

شبکه MLP با یک لایه پنهان و تابع فعال‌سازی غیرخطی، تقریب‌زننده عمومی توابع پیوسته است (Hornik et al., ۱۹۸۹). خروجی شبکه با یک لایه پنهان به صورت زیر است:

$$(۵) \hat{y}_{t+1} = f_2(W_2 f_1(W_1 x_t + b_1) + b_2)$$

که x_t بردار ورودی، W و b وزن‌ها و بایاس‌ها و f_1 و f_2 توابع فعال‌سازی لایه‌های پنهان و خروجی‌اند. الگوریتم لونبرگ-مارکوات (Marquardt, ۱۹۶۳) برای شبکه‌های با اندازه کوچک تا متوسط، سرعت همگرایی بالایی دارد (Hagan & Menhaj, ۱۹۹۴) اما در معرض بیش‌برازش است؛ بنابراین استفاده از داده اعتبارسنجی و توقف زود هنگام ضروری است.

۴-۲. پیشینه پژوهش

ارزیابی و پیش‌بینی نوسانات مالی به دلیل نقش کلیدی آن در مدیریت ریسک، قیمت‌گذاری مشتقات و تخصیص دارایی‌ها، همواره یکی از حوزه‌های جذاب و پرکاربرد در تحقیقات مالی و اقتصادسنجی بوده است. ادبیات این حوزه طی دهه‌های اخیر از مدل‌های کلاسیک اقتصادسنجی به سمت مدل‌های داده‌محور و الگوریتم‌های هوش مصنوعی تحول یافته است.

پون و گرینجر (Poon & Granger, 2003) در یک مطالعه جامع با بررسی چندین مقاله تجربی نشان دادند که مدل‌های سری زمانی و ناهمسانی واریانس شرطی نسبت به مدل‌های ساده و تاریخی عملکرد برتری در پیش‌بینی نوسانات دارند. بیلدیرچی و ارسین (Bildirici & Ersin, 2009) در بورس استانبول امکان بهبود پیش‌بینی مدل‌های GARCH را با ترکیب آن‌ها با شبکه‌های عصبی مصنوعی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که مدل‌های ترکیبی به دلیل قابلیت یادگیری ساختار باقی‌مانده‌ها، دقت بالاتری نسبت به مدل‌های منفرد دارند.

با توسعه الگوریتم‌های یادگیری عمیق، استفاده از شبکه‌های عصبی بازگشتی (RNN) و حافظه کوتاه‌مدت طولانی (LSTM) گسترش یافت. کیم و ون (Kim & Won, 2018) در پیش‌بینی نوسان شاخص KOSPI 200 کره جنوبی یک مدل ترکیبی LSTM-GARCH ارائه دادند؛ نتایج آنان نشان داد که تلفیق واریانس شرطی استخراج‌شده از مدل‌های GARCH به عنوان ورودی شبکه‌های عصبی، خطای پیش‌بینی خارج از نمونه را به شکل معناداری کاهش می‌دهد. هاس و همکاران (Hu et al., 2020) نیز در بازار بازارهای کالا (قیمت مس) عملکرد مدل تلفیقی GARCH-LSTM-ANN را سنجیدند و برتری این چارچوب را در پیش‌بینی نوسانات شدید تأیید نمودند.

بوچی (Bucci, 2020) با مقایسه مستقیم شبکه‌های عصبی و مدل‌های GARCH روی شاخص S&P 500 دریافت که اگرچه مدل‌های GARCH در شرایط آرام بازار عملکرد قابل قبولی دارند، اما شبکه‌های عصبی در بازه‌های زمانی همراه با تلاطم و نوسانات غیرخطی شدید برتر عمل می‌کنند. با این حال، شواهد تجربی همواره یک‌دست نبوده است؛ مهاجان و همکاران (Mahajan et al., 2022) در بررسی شاخص NIFTY 50 هند مشاهده کردند که مدل‌های اقتصادسنجی نامتقارن در برخی افق‌های زمانی دقت رقابتی یا حتی برتری نسبت به مدل‌های پیچیده LSTM دارند.

در مطالعات جدیدتر، سادون و همکاران (Sadon et al., 2024)، (Roszyk & Ślepaczuk, 2024) و ژو و همکاران (Xu et al., 2024) بر نقش مدل‌های هوشمند آگاه از ساختار GARCH تأکید کردند و نشان دادند که ترکیب شاخص‌های نوسانی همچون VIX یا واریانس شرطی با شبکه‌های عصبی، عملکرد خارج از نمونه و نسبت شارپ استراتژی‌های معاملاتی را حدود ۱۳ تا ۱۵ درصد ارتقا می‌دهد. همچنین تن (Tan, 2025) و گبرسلاسی و همکاران (Gebreslase et al., 2025) نشان دادند که الگوریتم‌های یادگیری ماشین و ترنسفورمرها در بازارهای نوظهور به دلیل وجود پیچیدگی‌های ساختاری، مزیت نسبی بیشتری نسبت به بازارهای توسعه‌یافته از خود نشان می‌دهند.

در حوزه بورس اوراق بهادار تهران، اغلب پژوهش‌ها نظیر نبی‌پور و همکاران (Nabipour et al., 2020)، امینی‌مهر و همکاران (Aminimehr et al., 2020) و برومند و دعائی (Boroumand & Doaei, 2024) بر پیش‌بینی قیمت، روند یا بازده شاخص با الگوریتم‌های یادگیری عمیق و اندیکاتورهای تکنیکال متمرکز بوده‌اند. مرور ادبیات موجود نشان می‌دهد که مقایسه هم‌زمان و مستقیم مدل‌های نامتقارن GARCH با شبکه‌های عصبی بر روی نوسان شرطی شاخص کل با به‌کارگیری توابع زبان مقاوم و آزمون‌های دیبولد-ماریانو کمتر مورد توجه قرار گرفته است که پژوهش حاضر در صدد پوشش این شکاف تحقیقاتی می‌باشد. جدول ۱ مهم‌ترین پژوهش‌های مرتبط با پیش‌بینی نوسان با مدل‌های HGARCH، شبکه‌های عصبی و مدل‌های ترکیبی را خلاصه می‌کند.

جدول ۱: مرور ادبیات پژوهش

ردیف	نویسندگان (سال)	بازار / داده	روش‌ها	یافته اصلی
۱	Bildirici & Ersin (۲۰۰۹)	بورس استانبول؛ بازده روزانه	مدل‌های خانواده GARCH و ترکیب آنها با ANN	ترکیب ANN با مدل‌های GARCH دقت پیش‌بینی را نسبت به مدل‌های GARCH منفرد بهبود داد.
۲	Kim & Won (۲۰۱۸)	شاخص KOSPI ۲۰۰	LSTM ترکیب‌شده با چند مدل GARCH	مدل ترکیبی دقیق‌تر از مدل‌های منفرد گزارش شد.
۳	Hu et al. (۲۰۲۰)	قیمت مس	GARCH-ANN-LSTM	مدل ترکیبی از تمام مدل‌های مقایسه‌شده بهتر عمل کرد.
۴	Nabipour et al. (۲۰۲۰)	چهار گروه صنعت در بورس تهران؛ ۱۰ سال	درخت تصمیم، جنگل تصادفی، XGBoost، ANN، RNN و LSTM	LSTM دقیق‌ترین مدل در پیش‌بینی ارزش گروه‌ها بود.
۵	Aminimehr et al. (۲۰۲۰)	شاخص بورس تهران	LSTM همراه با مهندسی ویژگی	نقش مهندسی ویژگی در دقت پیش‌بینی شاخص با LSTM بررسی شد.
۶	Mahajan et al. (۲۰۲۲)	India ۵۰ NIFTY (VIX)؛ ۱۰ سال	GARCH، EGARCH، LSTM و TARCH	مدل‌های نامتقارن اندکی بهتر از GARCH (۱۰۱) و مدل‌های GARCH اندکی بهتر از LSTM بودند.
۷	Sadon et al. (۲۰۲۴)	سری قیمت سهام	LSTM-GARCH در برابر GARCH و LSTM	مدل ترکیبی کمترین خطا را داشت و دقت را حدود ۱۳ تا ۱۵ درصد نسبت به LSTM منفرد بهبود داد.
۸	Boroumand & Doaei (۲۰۲۴)	سهام شرکت‌های بورس تهران	LSTM دولایه با ۱۲ اندیکاتور تکنیکال	افزودن اندیکاتورها دقت را افزایش داد و LSTM از RNN بهتر بود.
۹	Roszyk & Iepaczuk (۲۰۲۴)	S&P ۵۰۰ و VIX؛ ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۳	LSTM، GARCH و GARCH-LSTM ترکیب با VIX	مدل‌های ترکیبی LSTM به‌طور معنی‌دار از GARCH بهتر بودند و افزودن VIX عملکرد را بیشتر بهبود داد.

ردیف	نویسندگان (سال)	بازار / داده	روش‌ها	یافته اصلی
۱۰	Xu et al. (۲۰۲۴)	بازارهای مالی	GINN (شبکه LSTM آگاه از ساختار GARCH)	مدل ترکیبی از هر یک از دو دسته مدل به‌تنهایی دقیق‌تر بود.
۱۱	Tan (۲۰۲۵)	شش شاخص توسعه‌یافته و نوظهور	X-GARCH, GARCH جنگل تصادفی، SVM و Gradient Boosting	مدل‌های یادگیری ماشین عموماً بهتر بودند و مزیت آنها در بازارهای نوظهور بیشتر بود.
۱۲	Gebreslase et al (۲۰۲۵)	سهام Safaricom؛ ۲۰۱۵ تا ۲۰۲۴	ترکیب چند مدل با GARCH Transformer	عملکرد خارج از نمونه برتر نسبت به مدل‌های مقایسه‌ای گزارش شد.
۱۳	Wang et al (۲۰۲۵)	چند بازار سهام	BEKK -LSTM GARCH چندمتغیره تقویت‌شده)	پیش‌بینی ریسک پرتفوی خارج از نمونه بهبود یافت.

منبع: گردآوری نویسنده

جمع‌بندی جدول ۱ سه نکته را نشان می‌دهد. نخست، بیشتر مطالعات اخیر مدل‌های ترکیبی GARCH و یادگیری عمیق را برتر می‌دانند. دوم، برتری شبکه‌های عصبی بر GARCH بی‌قید و شرط نیست و در برخی نمونه‌ها مدل‌های اقتصادسنجی رقابتی‌اند (M, ahajan et al., ۲۰۲۲؛ همچنین Hansen & Lunde, ۲۰۰۵ برای مقایسه با GARCH). سوم، مطالعات بازار تهران عمدتاً قیمت یا روند را هدف گرفته‌اند و نه نوسان شرطی. این پژوهش با مقایسه یکسان مدل‌های متقارن، نامتقارن و LPM بر نوسان شاخص کل، بخشی از این شکاف را پر می‌کند.

۳. روش‌شناسی پژوهش

۳-۱. داده‌ها و متغیرها

داده اصلی، قیمت پایانی روزانه شاخص کل بورس تهران در بازه فروردین ۱۳۹۳ تا اسفند ۱۴۰۲ (۲۰۴۵۰ روز معاملاتی) است که از سایت TSETMC یا نرم‌افزار رهاورد ۳۶۵ دریافت می‌شود. متغیرهای دیگر شامل حجم معاملات روزانه بازار و نوسان شرطی تخمین‌زده‌شده از مدل EGARCH است. بازده لگاریتمی روزانه (برحسب درصد) چنین محاسبه می‌شود:

$$(۶) \quad R_t = \ln(P_t / P_{t-1}) \times 100$$

که P_t قیمت شاخص در روز t است. چون نوسان واقعی مشاهده‌پذیر نیست، مقایسه مدل‌ها نیازمند یک پراکسی است. در این پژوهش از نوسان تحقق‌یافته پنج‌روزه (معادل یک هفته معاملاتی) استفاده می‌شود:

$$(۷) \quad \tilde{\sigma}_t = \sqrt{(1/5) \sum_{i=0}^4 R_{t-i}^2}$$

متغیر هدف برای همه مدل‌ها، پیش‌بینی یک‌گام‌به‌جلو ($t+1$) نوسان است. انتخاب پراکسی روی رتبه‌بندی مدل‌ها اثر دارد؛ به همین دلیل توابع زیان مقاوم به نویز پراکسی نیز گزارش می‌شوند (Patton, ۲۰۱۱). توجه: پراکسی پنج‌روزه شامل بازده‌های چند روز اخیر است که شبکه عصبی آنها را به‌عنوان ورودی می‌بیند؛ این هم‌پوشانی می‌تواند معیارهای مبتنی بر آن را به نفع شبکه سوگیر کند. به همین دلیل، برتری شبکه باید با احتیاط تفسیر شود و در پژوهش‌های بعدی با معیارهای مبتنی بر مجذور بازده روزانه (که در ورودی‌ها نیست) نیز آزموده گردد.

۲-۳. آزمون‌های پیش‌نیاز

- آمار توصیفی: میانگین، انحراف معیار، چولگی، کشیدگی و آزمون نرمال بودن جاک-برا (Jarque & Bera, ۱۹۸۰).
- آزمون مانایی: دیکی-فولر تعمیم‌یافته (Dickey & Fuller, ۱۹۷۹) و فیلیپس-پرون (Phillips & Perron, ۱۹۸۸).
- آزمون اثرات ARCH: آزمون ضریب لاگرانژ ARCH (Engle, ۱۹۸۲) به عنوان پیش‌نیاز مدل‌های GARCH.

۳-۳. مدل‌سازی اقتصادسنجی مالی

مدل‌های GARCH (۱,۱)، EGARCH (۱,۱) و GARCH-GJR (۱,۱) مطابق معادلات (۲) تا (۴) در EViews برآورد می‌شوند. معادله میانگین ثابت (معادله ۱) است و توزیع جزء اخلال (نرمال، t استیودنت یا GED) بر اساس معیارهای AIC و BIC و آزمون‌های تشخیصی باقیمانده‌ها انتخاب می‌شود. پارامترها فقط روی نمونه آموزشی برآورد و برای دوره آزمون ثابت نگه داشته می‌شوند.

۴-۳. طراحی شبکه عصبی مصنوعی

نوع شبکه: MLP با سه لایه (ورودی، یک لایه پنهان، خروجی) در MATLAB یا Python. ورودی‌ها: R_t ، R_{t-1} و R_{t-2} ، لگاریتم حجم معاملات روزانه و نوسان شرطی EGARCH در زمان t . دو نسخه شبکه آزمونده می‌شود: MLP-ANN (فقط بازده‌های باوقفه و حجم) و MLP+EGARCH-ANN (با افزودن نوسان EGARCH). برای جلوگیری از نشت اطلاعات، نوسان EGARCH در دوره آزمون فقط با پارامترهای برآوردشده روی نمونه آموزشی و به صورت بازگشتی محاسبه می‌شود.

خروجی: نوسان شاخص کل در روز بعد ($t+1$).

تفکیک داده‌ها: به صورت زمانی (بدون تصادفی‌سازی)، ۸۰٪ ابتدایی (۱۹۶۰ مشاهده) برای آموزش و ۲۰٪ انتهایی (۴۹۰ مشاهده) برای آزمون خارج از نمونه؛ بخشی از نمونه آموزشی (۱۵٪ انتهایی آن) برای اعتبارسنجی و توقف زودهنگام استفاده می‌شود. الگوریتم آموزش: پس‌انتشار خطا با بهینه‌ساز لونیگ-مارکوات. تعداد نرون‌های لایه پنهان با جست‌وجوی شبکه‌ای (۳، ۵، ۸ و ۱۲ نرون) روی داده اعتبارسنجی تعیین می‌شود. به دلیل تصادفی بودن وزن‌های اولیه، شبکه با ۱۰ مقداردهی اولیه متفاوت آموزش داده شده و میانگین نتایج گزارش می‌شود. ورودی‌ها با پارامترهای نرمال‌سازی نمونه آموزشی مقیاس‌بندی می‌شوند.

۵-۳. طرح ارزیابی و معیارهای مقایسه

پیش‌بینی‌های یک‌گام‌به‌جلو برای دوره آزمون تولید و با معیارهای زیر مقایسه می‌شوند، که در آنها y_t مقدار پراکسی و $\hat{y}_t$ پیش‌بینی مدل است:

$$(۸) \quad RMSE = \sqrt{(1/N) \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

$$(۹) \quad MAE = (1/N) \sum_{t=1}^N |y_t - \hat{y}_t|$$

$$(۱۰) \quad MAPE = (100\% / N) \sum_{t=1}^N |(y_t - \hat{y}_t) / y_t|$$

MAPE وقتی مقدار پراکسی نزدیک صفر باشد ناپایدار است؛ بنابراین علاوه بر آن، زبان QLIKE بر پایه واریانس (که برای نوسان توصیه شده است) گزارش می‌شود (Patton, ۲۰۱۱؛ Hansen & Lunde, ۲۰۰۵):

$$(۱۱) \quad QLIKE = (1/N) \sum_{t=1}^N (\ln \hat{h}_t + \tilde{h}_t / \hat{h}_t)$$

که $\hat{h}_t$ واریانس پیش‌بینی شده و $\tilde{h}_t$ پراکسی واریانس است. برای آنکه تفاوت دقت مدل‌ها تصادفی نباشد، از آزمون دیبولد-ماریانو (Diebold & Mariano, ۱۹۹۵) استفاده می‌شود:

$$(۱۲) \quad DM = \bar{d} / \sqrt{\hat{V}(\bar{d})}, \quad d_t = L(e_{1,t}) - L(e_{2,t})$$

که L تابع زبان و $e_{1,t}$ و $e_{2,t}$ خطای پیش‌بینی دو مدل رقیب‌باند.

۴. یافته‌ها

۴-۱. آمار توصیفی

جدول ۲. آمار توصیفی بازده روزانه شاخص کل

تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمینه	بیشینه	چولگی	کشیدگی	جاک-برا (p)
۲۰۴۵۰	۰٫۱۴۲	۱٫۲۸۵	۵٫۷۲۰-	۶٫۴۱۰	۰٫۳۸۲	۶٫۷۴۱	۲۰۴۱٫۵ (۰٫۰۰۰)

منبع: یافته‌های پژوهش

کشیدگی بازده‌ها (۶٫۷۴۱) به‌طور محسوسی بیشتر از ۳ است و آماره جاک-برا (۲۰۴۱٫۵) با مقدار احتمال (۰٫۰۰۰) فرض نرمال بودن توزیع را رد می‌کند؛ بنابراین توزیع بازده‌ها دم‌پهن و غیرنرمال است و استفاده از توزیع‌های دم‌پهن برای جزء اخلال توجیه می‌شود. میانگین بازده روزانه ۰٫۱۴۲ درصد و انحراف معیار آن ۱٫۲۸۵ درصد است، دامنه بازده‌ها از ۵٫۷۲۰- تا ۶٫۴۱۰ درصد می‌رسد و چولگی مثبت اندک (۰٫۳۸۲) مشاهده می‌شود.

۴-۲. آزمون‌های مانایی و اثرات ARCH

جدول ۳. نتایج آزمون‌های ADF، PP و LM-ARCH

آزمون	آماره	مقدار احتمال (p)
ADF	۳۸٫۴۳۱-	۰٫۰۰۰۰
PP	۳۹٫۱۱۰-	۰٫۰۰۰۰
LM-ARCH (وقفه ۵)	۱۴۲٫۸۵	۰٫۰۰۰۰

منبع: یافته‌های پژوهش

آماره‌های ADF و PP هر دو فرض وجود ریشه واحد را در سطح ۱٪ رد می‌کنند (مقدار احتمال ۰٫۰۰۰۰۰)؛ پس سری بازده در سطح مانا است. آماره LM-ARCH با وقفه ۵ برابر ۱۴۲٫۸۵ (مقدار احتمال ۰٫۰۰۰۰۰) است و فرض نبود اثرات ARCH را رد می‌کند؛ یعنی ناهمسانی واریانس شرطی در بازده شاخص کل وجود دارد. بنابراین فرضیه ۱ تأیید می‌شود.

۴-۳. برآورد مدل‌های خانواده GARCH

جدول ۴. برآورد پارامترهای مدل‌های GARCH روی نمونه آموزشی

پارامتر / معیار	GARCH (۱,۱)	EGARCH (۱,۱)	GARCH-GJR (۱,۱)
ω	۰٫۰۴۲	۰٫۱۰۵-	۰٫۰۴۸
α	۰٫۱۵۲	۰٫۲۱۸	۰٫۰۹۵
β	۰٫۸۱۵	۰٫۹۴۲	۰٫۸۲۱
γ (اثر اهرمی)	—	۰٫۰۶۴- (p=۰٫۰۰۲)	۰٫۰۹۸ (p=۰٫۰۰۴)
پایداری ($\beta+\alpha$) یا معادل	۰٫۹۶۷	۰٫۹۴۲	۰٫۹۶۵
لگاریتم درست‌نمایی	۳۴۱۱- $\approx$	۳۳۸۴- $\approx$	۳۳۹۰- $\approx$
AIC / BIC	۳٫۵۰۱ / ۳٫۴۸۶	۳٫۴۷۶ / ۳٫۴۵۹	۳٫۴۸۲ / ۳٫۴۶۵

منبع: یافته‌های پژوهش؛ توزیع جزء اخلال در هر سه مدل Student-t است. پایداری برای EGARCH برابر β و برای GJR-GARCH برابر $\alpha + \beta + \gamma/2$ است. لگاریتم درست‌نمایی از روی AIC و تعداد پارامترها محاسبه شده است. برای EGARCH، منفی و معنی‌دار بودن γ (ضریب -0.064 ، مقدار احتمال 0.0002) و برای GARCH-GJR، مثبت و معنی‌دار بودن γ (ضریب 0.098 ، مقدار احتمال 0.0004) نشانه اثر اهرمی است؛ یعنی شوک‌های منفی نوسان بیشتری از شوک‌های مثبت هم‌اندازه ایجاد می‌کنند. پایداری نوسان در هر سه مدل بالاست (در EGARCH 0.967 ، در GARCH 0.942 و در GARCH-GJR 0.965)، بنابراین شوک‌های نوسان ماندگارند. بر پایه AIC و BIC توزیع Student-t برای جزء اخلال انتخاب شد و EGARCH با کمترین مقدار هر دو معیار ($3,459$ و $3,476$) بهترین برازش را دارد، پس از آن GJR-GARCH و سپس GARCH (۱،۱) قرار می‌گیرند. این نتایج فرضیه ۲ را در بخش اثر اهرمی و برازش درون‌نمونه‌ای تأیید می‌کند.

۴-۴. ساختار نهایی شبکه عصبی

پس از جست‌وجوی شبکه‌ای (۳، ۵، ۸ و ۱۲ نرون)، ساختار بهینه شبکه شامل ۵ ورودی (بازده‌های باوقفه، لگاریتم حجم معاملات و نوسان شرطی EGARCH)، ۸ نرون در لایه پنهان با تابع فعال‌سازی tansig و تابع خطی در خروجی به‌دست آمد و شبکه با الگوریتم لونبرگ-مارکوات آموزش داده شد. نسخه MLP-ANN که نوسان EGARCH را ندارد، ۴ ورودی دارد و سایر اجزای ساختار آن یکسان است.

۴-۵. مقایسه عملکرد خارج از نمونه

جدول ۵. معیارهای ارزیابی پیش‌بینی خارج از نمونه

رتبه	QLIKE (پراکسی σ_{RV})	MAPE (%)	MAE	RMSE	مدل
۵	-2.612	۲۸،۴	۰،۰۰۹۵	۰،۰۱۲۴	GARCH (۱،۱)
۴	-2.685	۲۶،۲	۰،۰۰۸۸	۰،۰۱۱۵	GARCH-GJR (۱،۱)
۳	-2.731	۲۴،۵	۰،۰۰۸۱	۰،۰۱۰۸	EGARCH (۱،۱)
۲	-2.798	۲۱،۸	۰،۰۰۷۴	۰،۰۰۹۶	MLP-ANN
۱	-2.854	۱۸،۴	۰،۰۰۶۲	۰،۰۰۸۱	-ANN MLP+EGARCH

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۶. نتایج آزمون دیبولد-ماریانو (آماره و مقدار احتمال)

مقدار احتمال (p)	آماره DM	مقایسه جفتی
۰،۰۱۶۲	-2.41	MLP-ANN در برابر EGARCH
۰،۰۰۰۰	-4.35	MLP+EGARCH-ANN در برابر EGARCH

منبع: یافته‌های پژوهش؛ آماره منفی به معنای کمتر بودن زبان مدل اول نسبت به مدل دوم است. رتبه‌بندی مدل‌ها در هر چهار معیار (MAE، RMSE، MAPE و QLIKE با پراکسی σ_{RV}) یکسان است: ANN-MLP+EGARCH در رتبه نخست (RMSE برابر 0.0081 و MAPE برابر 18.4%)، سپس MLP-ANN، EGARCH، GARCH-GJR و GARCH (۱،۱). RMSE مدل ترکیبی حدود 34.7% از GARCH (۱،۱) و 25.0% از EGARCH کمتر است و MLP-ANN نیز حدود 11.1% از EGARCH خطای کمتری دارد. در میان مدل‌های خانواده GARCH، هر دو مدل نامتقارن از مدل متقارن دقیق‌ترند و EGARCH از GARCH-GJR بهتر است. بر پایه جدول ۶، برتری MLP-ANN بر EGARCH (آماره DM برابر -2.41 و مقدار احتمال 0.0162) و برتری MLP-ANN+EGARCH بر

EGARCH (آماره -۴,۳۵ و مقدار احتمال ۰,۰۰۰۰۰) در سطح ۵٪ معنی دار است. چون EGARCH دقیق ترین مدل خانواده GARCH است، فرضیه ۳ تأیید می شود. نتایج آزمون DM برای سایر جفت مدل ها گزارش نشده است.

۵. بحث

اثرات ARCH و اثر اهرمی (فرضیه های ۱ و ۲). وجود اثرات ARCH (آماره LM-ARCH برابر ۱۴۲,۸۵ با مقدار احتمال ۰,۰۰۰۰۰) پیش نیاز کاربرد مدل های GARCH است و در این پژوهش تأیید شد (فرضیه ۱). ضریب اهرمی هم در EGARCH (مقدار احتمال ۰,۰۰۰۲) و هم در GARCH-GJR (مقدار احتمال ۰,۰۰۰۴) معنی دار است و این یافته با شواهدی همخوان است که مدل های نامتقارن را برای نوسان بازارها مناسب تر می دانند (Mahajan et al., ۲۰۲۲). EGARCH کمترین ICA و BIC را دارد و در پیش بینی خارج از نمونه نیز هر دو مدل نامتقارن از GARCH (۱,۱) خطای کمتری دارند (فرضیه ۲). با وجود دامنه نوسان مجاز روزانه در بورس تهران، معنی دار بودن اثر اهرمی نشان می دهد پاسخ نامتقارن نوسان به اخبار مثبت و منفی همچنان در داده دیده می شود.

شبکه عصبی در برابر GARCH (فرضیه ۳). MLP-ANN در همه معیارها از سه مدل GARCH بهتر عمل کرد و آزمون DM برتری آن را بر EGARCH، یعنی بهترین مدل خانواده GARCH، معنی دار نشان داد. این نتیجه با پژوهش هایی همسوست که برتری مدل های داده محور یا ترکیبی را گزارش کرده اند (Kim & Won, ۲۰۱۸; Tan, ۲۰۲۵; Iepaczuk, S & Roszyk, ۲۰۲۴). و می تواند به توانایی شبکه در یادگیری روابط غیرخطی و استفاده از اطلاعات اضافی مانند حجم معاملات نسبت داده شود. در مقابل، نتیجه با یافته Mahajan و همکاران (۲۰۲۲) که مدل های GARCH را اندکی بهتر از LSTM یافتند متفاوت است؛ این تفاوت می تواند ناشی از بازار، دوره نمونه، تعریف نوسان یا ساختار ورودی ها باشد.

نقش ورودی EGARCH در شبکه. چون یکی از ورودی های شبکه، نوسان شرطی EGARCH است، مدل پیشنهادی در عمل شکلی از مدل ترکیبی است. نسخه بدون این ورودی (PML-ANN) نیز از EGARCH دقیق تر بود (RMSE برابر ۰,۰۰۰۹۶ در برابر ۰,۰۰۱۰۸) و افزودن نوسان EGARCH خطا را باز هم کاهش داد (RMSE برابر ۰,۰۰۰۸۱). بنابراین بخشی از برتری مدل ترکیبی به حجم معاملات و یادگیری غیرخطی و بخشی به اطلاعات نوسان شرطی EGARCH نسبت داده می شود (Kim & Won, ۲۰۱۸; Sadon et al., ۲۰۲۴).

هم پوشانی پراکسی و ورودی ها. پراکسی پنج روزه شامل بازده های اخیر است که ورودی شبکه نیز هست و معیارهای گزارش شده بر پایه همین پراکسی اند. چون نتایج معیارهای مبتنی بر مجذور بازده روزانه (که در ورودی ها نیست) گزارش نشده است، سهم هم پوشانی را نمی توان از توان پیش بینی واقعی جدا کرد و برتری شبکه باید با احتیاط تفسیر شود.

دقت و معیارهای ارزیابی. رتبه بندی مدل ها می تواند به پراکسی و تابع زیان وابسته باشد؛ لذا گزارش هم زمان MAPE، LIKEQ و آزمون DM برای قضاوت قابل اتکاتر است (Patton, ۲۰۱۱; Hansen & Lunde, ۲۰۰۵).

۶. نتیجه گیری و پیشنهادها

این پژوهش دقت پیش بینی نوسان شاخص کل بورس تهران را با مدل های GARCH (۱,۱)، EGARCH (۱,۱)، GJR-ARCH (۱,۱) و شبکه عصبی MLP مقایسه کرد. بازده روزانه شاخص کل دارای اثرات ARCH است (فرضیه ۱ تأیید شد). اثر اهرمی در EGARCH و GARCH-GJR معنی دار بود و EGARCH بهترین برازش درون نمونه ای (AIC برابر ۳,۴۵۹ و BIC برابر ۳,۴۷۶) و بهترین پیش بینی خارج از نمونه را در میان مدل های GARCH داشت و مدل های نامتقارن از GARCH (۱,۱) دقیق تر بودند (فرضیه ۲ تأیید شد). در آزمون خارج از نمونه، MLP+EGARCH-ANN با RMSE برابر ۰,۰۰۰۸۱ بهترین عملکرد را داشت، پس از آن MLP-ANN و سپس EGARCH قرار گرفتند و برتری هر دو شبکه بر CHEGAR بر پایه آزمون دیبولد-ماریانو معنی دار بود. بنابراین هر سه فرضیه تأیید شد؛ با این حال، به دلیل هم پوشانی پراکسی پنج روزه با ورودی های شبکه، این برتری باید با احتیاط تفسیر شود.

۱-۶. پیشنهادهای کاربردی

از پیش‌بینی نوسان مدل برتر برای تنظیم حد زیان، تعیین اندازه موقعیت و مدیریت ریسک سبد در کوتاه‌مدت استفاده شود؛ پیش‌بینی نوسان به‌تنهایی سیگنال جهت قیمت نیست. ابزارهای هوش مصنوعی و مدل‌های نامتقارن در سامانه‌های نظارتی برای شناسایی زود هنگام تلاطم‌های غیرعادی و ریسک‌های سیستمی به‌کار گرفته شود و عملکرد آنها به‌طور دوره‌ای با داده جدید بازآزمایی گردد. بررسی شبکه‌های عمیق‌تر مانند LSTM، مدل‌های ترکیبی مستقیم ANN-EGARCH و معماری‌های مبتنی بر Transformer (Gebreslase et al., ۲۰۲۰؛ Wang et al., ۲۰۲۰) برای ارتقای دقت و پوشش افق‌های بلندمدت‌تر.

منابع

- Aminimehr, A., et al. (2020). The role of feature engineering in prediction of Tehran stock exchange index based on LSTM. *Iranian Journal of Economic Studies*, 9(2), 527–548.
- Adibi, M. A., & Pourghader Chobar, A. (2025). Decision intelligence to enhance bank profitability through customer promotion path design. *Journal of Systems Thinking in Practice*, 4(1), 70-82.
- Adibi, M. A., Pourghader Chobar, A., & Mortazi, S. (2025). A mathematical model for two-echelon open vehicle routing problem with time-windows and mobile satellites based on customer satisfaction. *Opsearch*, 1-34.
- Bildirici, M., & Ersin, Ö. Ö. (2009). Improving forecasts of GARCH family models with the artificial neural networks: An application to the daily returns in Istanbul Stock Exchange. *Expert Systems with Applications*, 36(4), 7355–7362.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Boroumand, O., & Doaei, M. (2024). Developing a stock market prediction model by deep learning algorithms. *Journal of Information Technology Management*, 16(3), 115–131. <https://doi.org/10.22059/jitm.2024.357529.3311>
- Bucci, A. (2020). Realized volatility forecasting with neural networks. *Journal of Financial Econometrics*, 18(3), 502–531.
- Daneshvar, A., Olfat, M., Pourghader Chobar, A., & Yadegari, E. (2025). Improving the performance of direct advertising campaigns by applying artificial intelligence techniques. *Corporate Communications: An International Journal*.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431.
- Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253–263.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Gebreslase, T. T., Mutua, K., Fissuh, Y. H., & Girmay, T. G. (2025). A hybrid multi-GARCH transformer model for stock price volatility forecasting. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- Hagan, M. T., & Menhaj, M. B. (1994). Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(6), 989–993.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–889.
- Hornik, K., Stinchcombe, M., & White, H. (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2(5), 359–366.
- Hu, Y., Ni, J., & Wen, L. (2020). A hybrid deep learning approach by integrating LSTM-ANN networks with GARCH model for copper price volatility prediction. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 557, 124907.
- Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255–259.
- Keihani, H., & Keihani, H. (2025). Transitioning corporate models and processes towards sustainable practices and adopting a circular economy approach. *Canadian Journal of Business, Economics and Health Management*, 8(2), 31-46.
- Keihani, H. (2021). Macro Economic Factors Influencing the Indian Stock Market with Special Reference to Bombay Stock Market. *Shodh Sarita*, 8(29), 263-268.
- Kim, H. Y., & Won, C. H. (2018). Forecasting the volatility of stock price index: A hybrid model integrating LSTM with multiple GARCH-type models. *Expert Systems with Applications*, 103, 25–37.

- Mahajan, V., Thakan, S., & Malik, A. (2022). Modeling and forecasting the volatility of NIFTY 50 using GARCH and RNN models. *Economies*, 10(5), 102. <https://doi.org/10.3390/economies10050102>
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431–441.
- Motevalli, S. H., Chobar, A. P., Ebrahimi, M., & Alamiparvin, R. (2024). A Fuzzy Multi-objective Optimization Model in Sustainable Supply Chain Network Design Considering Financial Flow. *Fuzzy Optimization and Modeling Journal (FOMJ)*, 5(1), 27-45.
- Nabipour, M., Nayyeri, P., Jabani, H., Mosavi, A., Salwana, E., & Shahab, S. (2020). Deep learning for stock market prediction. *Entropy*, 22(8), 840. <https://doi.org/10.3390/e22080840>
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370.
- Nozari, H., & Chobar, A. P. (2024). The Dimensions and Components of Marketing 5.0: Introduction to Marketing 6.0. In *Advanced Businesses in Industry 6.0* (pp. 75-86). IGI Global Scientific Publishing.
- Patton, A. J. (2011). Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies. *Journal of Econometrics*, 160(1), 246–256.
- Phillips, P. C. B., & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2), 335–346.
- Poon, S.-H., & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: A review. *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478–539.
- Roszyk, N., & Ślepaczuk, R. (2024). The hybrid forecast of S&P 500 volatility ensembled from VIX, GARCH and LSTM models. arXiv preprint arXiv:2407.16780.
- Sadon, A. N., Ismail, S., Khamis, A., & Tariq, M. U. (2024). Heteroscedasticity effects as component to future stock market predictions using RNN-based models. *PLOS ONE*, 19(5), e0297641.
- Shakerian, M., & Keihani, H. (2026). AI-Driven Economic Forecasting for Industry 5.0 Enterprises. In *Industry 5.0's Impact on Economic Innovation* (pp. 35-50). IGI Global Scientific Publishing.
- Tan, C. Y. (2025). Predicting stock market volatility: A comparative analysis of machine learning models and GARCH. Tunku Abdul Rahman University of Management and Technology (institutional repository).
- Wang, H., Liu, C., Tran, M.-N., & Wang, C. (2025). Deep learning enhanced multivariate GARCH. arXiv preprint arXiv:2506.02796.
- Xu, Z., Liechty, J., Benthall, S., Skar-Gislinge, N., & McComb, C. (2024). GARCH-informed neural networks for volatility prediction in financial markets. arXiv preprint arXiv:2410.00288.