

Multi-Objective Mathematical Modeling for Budget Management and Dynamic Portfolio Selection of Industrial Companies Listed on the Stock Exchange

Eisa Gazmeh¹, Ahmad Mehrabian^{2*}, Samad Ayazi³, Hossein Abbasian⁴

¹ Department of Industrial Management, AK.C., Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran

^{2*} Department of Industrial Engineering, AK.C., Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran (Corresponding author), Email: Mehrabian.project@iaui.ac.ir

³ Department of Accounting, AK.C., Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran

⁴ Department of Mathematics, AK.C., Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received:30/07/2026

Received in revised form:23/08/2026

Accepted:16/09/2026

Available online:16/09/2026

Keywords:

Portfolio optimization
budget management
value function
covariance risk

ABSTRACT

Portfolio optimization is a cornerstone of financial management; through the optimal reallocation of assets, it establishes a dynamic balance between background risk and expected return. This research aims to develop a platform-based, multi-objective mathematical model for budget management and optimal stock portfolio selection for industrial companies listed on the Iranian stock and over-the-counter (OTC) markets. The proposed methodology comprises two main phases: in the first phase, the static fundamental value of each stock is assessed using a valuation function based on fundamental analysis principles (encompassing liquidity, efficiency, leverage, risk, profitability, and market indicators). In the second phase, a dynamic multi-objective mathematical programming model is presented, simultaneously pursuing three key objectives: maximizing portfolio growth, minimizing risk (based on the asset covariance matrix), and maximizing the investor's average value over time. The statistical population consists of financial statement data for 420 stocks across 42 different industries, covering the period from 2018 to 2024. To solve the developed dynamic model at a large scale, the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) was implemented in Python, with its parameters tuned using the Taguchi design-of-experiments method. Numerical findings from model validation using GAMS software indicate a zero-percent computational gap between the exact solution and the metaheuristic algorithm for small- and medium-sized problem instances. The study's empirical results confirm that the proposed model tracks dynamic changes in firm value over time—going beyond static indicators—and provides a practical, optimal tool for financial managers making decisions amidst market uncertainty.

Article Type: Research Paper



©Authors

Journal of Intelligent Financial Management,
2025, Vol. 2, No.2, pp. 373- 396

Publish by:

Tolou-e Binsh-e Ayandeh Scientific Institute

<https://doi.org/10.25843/JIFM.2025.8563.236987>

Cite: Gazmeh, E., Mehrabian, A., Ayazi, S. & Abbasian, H. (2026). Multi-Objective Mathematical Modeling for Budget Management and Dynamic Portfolio Selection of Industrial Companies Listed on the Stock Exchange. *Journal of Intelligent Financial Management*, 2(2), 373-396.

مدل سازی ریاضی چندهدفه برای مدیریت بودجه و انتخاب پرتفوی پویای شرکت های صنعتی بورس

عیسی گزمه^۱، احمد مهرابیان^{۲*}، صمد ایازی^۳، حسین عباسیان^۴

۱- گروه مدیریت صنعتی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران

۲ و ۳- گروه مهندسی صنایع، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران (نویسنده مسئول): Mehrobian.project@iau.ac.ir

۳- گروه حسابداری، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران

۴- گروه ریاضی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۵/۰۸

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۶/۲۵

تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۶/۲۵

کلیدواژه ها:

بهینه سازی پرتفوی

مدیریت بودجه

تابع ارزش

ریسک کوواریانس

چکیده

مسئله بهینه سازی پرتفوی از ارکان کلیدی مدیریت مالی است که با بازاریابی بهینه دارایی ها، تعادلی پویا میان ریسک پس زمینه و بازده مورد انتظار ایجاد می کند. پژوهش حاضر با هدف توسعه یک مدل ریاضی چندهدفه پلتفرم محور برای مدیریت بودجه و انتخاب سبد سهام بهینه در شرکت های صنعتی بورس و فرابورس ایران پایه گذاری شده است. متدولوژی پیشنهادی در دو فاز اصلی توسعه یافته است؛ در فاز اول، ارزش بنیادی و استاتیک هر سهم بر اساس مبانی تحلیل بنیادی (شامل شاخص های نقدینگی، کارایی، اهرم، ریسک، سودآوری و بازار) با استفاده از تابع ارزش سنجیده می شود. در فاز دوم، یک مدل برنامه ریزی ریاضی چندهدفه پویا ارائه شده است که سه هدف کلیدی بهینه سازی پیشرفت سبد سرمایه گذاری، کمینه سازی ریسک (مبتنی بر ماتریس کوواریانس دارایی ها) و بهینه سازی ارزش میانگین سرمایه گذار در طول زمان را به طور همزمان دنبال می کند. جامعه آماری تحقیق مشتمل بر اطلاعات صورت های مالی ۴۲۰ سهم رونمایی شده در ۴۲ صنعت مختلف طی بازه زمانی ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۲ است. به منظور حل مدل پویای توسعه یافته در ابعاد بزرگ، الگوریتم فراابتکاری الگوریتم ژنتیک با مرتب سازی نامعلوب (NSGA-II) در محیط پایتون کدنویسی و پارامترهای آن به روش طرح آزمایش تاگوچی تنظیم شد. یافته های عددی حاصل از اعتبارسنجی مدل با نرم افزار GAMS نشان می دهد که شکاف محاسباتی میان حل دقیق و الگوریتم فراابتکاری در ابعاد کوچک و متوسط صفر درصد است. نتایج تجربی تحقیق تایید می کند که مدل پیشنهادی فراتر از شاخص های استاتیک، تغییرات پویای ارزش شرکت ها را در طول زمان رهگیری کرده و ابزاری کاربردی و بهینه برای تصمیم گیری مدیران مالی در شرایط عدم قطعیت بازار فراهم می سازد.

نوع مقاله: پژوهشی



© نویسندگان

استناد: گزمه، عیسی و مهرابیان، احمد و ایازی، صمد و عباسیان، حسین. (۱۴۰۵). مدل سازی ریاضی چندهدفه برای مدیریت بودجه و انتخاب پرتفوی پویای شرکت های صنعتی بورس. مدیریت مالی هوشمند، ۲(۲)، ۳۷۳-۳۹۶.

نشریه مدیریت مالی هوشمند، ۱۴۰۵، دوره ۲، شماره ۲، صفحه ۳۷۳-۳۹۶.

ناشر: موسسه علمی طلوع بینش آینده

<https://doi.org/10.25843/JIFM.2025.8563.236987>

۱. مقدمه

در دنیای امروز، مدیریت سرمایه و انتخاب پرتفوی مناسب به یکی از چالش‌های اساسی سرمایه‌گذاران تبدیل شده است. با توجه به نوسانات بازار و عدم قطعیت‌های اقتصادی، انتخاب پرتفوی بهینه که بتواند در برابر ریسک‌های پس‌زمینه مقاومت کند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تحقیق حاضر به بررسی مدل‌های شاخص ریسک برای انتخاب پرتفوی نامشخص می‌پردازد و هدف آن ارائه راهکارهایی برای کاهش ریسک و بهبود عملکرد سرمایه‌گذاری‌ها است. با استفاده از روش‌های پیشرفته تحلیلی و مدلسازی، این تحقیق سعی دارد تا ارتباط میان ریسک‌های پس‌زمینه و انتخاب دارایی‌ها را مورد بررسی قرار دهد. نتایج این مطالعه می‌تواند به سرمایه‌گذاران کمک کند تا تصمیمات بهتری در زمینه تخصیص منابع مالی خود اتخاذ کنند و از طریق بهینه‌سازی پرتفوی، به بازدهی مطلوب‌تری دست یابند (بهره و همکاران، ۲۰۲۳).

در بهینه‌سازی بودجه شرکت‌ها مخصوصاً شرکت‌های فعال در بورس، نگاه کلی بر هزینه‌ها و درآمدها نقشی اساسی در تعیین مقدار بهینه ارزش آن شرکت بازی می‌کند. برای بهینه‌سازی بودجه، معمولاً شناخت هزینه‌های مختلف، شناسایی هزینه‌های ثابت و متغیر، تحلیل هزینه‌های مستقیم و غیرمستقیم برای تجزیه و تحلیل هزینه‌ها مورد نیاز است. علاوه بر این، بررسی منابع درآمدی شرکت، تحلیل درآمدهای محصولات یا خدمات مختلف نیز لازم است مورد توجه قرار بگیرد. زیرا، بررسی اینکه هر هزینه چه میزان به تولید، فروش یا خدمات مرتبط با درآمد منجر می‌شود مهم است. تا بتوانیم تصمیم‌گیری در مورد کاهش هزینه‌های غیرضروری و تخصیص منابع به نقاطی که باعث افزایش درآمد و سود شرکت می‌شود دست یابیم. پایش و ارزیابی مداوم درآمدها و هزینه‌ها به منظور اطمینان از رسیدن به اهداف بهینه‌سازی بودجه می‌تواند کمک بسیاری نماید (حسینی نوده و همکاران، ۲۰۲۳).

بهینه‌سازی سبدسهم^۱ یک روش است که برای تعیین ترکیب بهینه سهام‌ها در یک پرتفوی استفاده می‌شود. هدف اصلی بهینه‌سازی سبدسهم، بهبود بازده سبدسهم در مقابل ریسک آن است. با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی، ترکیب بهینه از سهام‌ها به نحوی مشخص می‌شود که باعث بیشینه کردن بازده مورد انتظار سبدسهم و به حداقل رساندن ریسک آن می‌شود. در این بهینه‌سازی، عوامل مختلفی مانند بازده گذشته سهام، میزان ریسک، نرخ بهره و محدودیت‌های سرمایه‌گذاری در نظر گرفته می‌شوند. انتخاب ترکیب بهینه سهام‌ها به صورت ریاضی و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی صورت می‌گیرد، که با در نظر گرفتن اهداف سرمایه‌گذار، محدودیت‌ها و شرایط بازار، تصمیم‌گیری می‌کنند که سهام‌هایی را در چه میزان وزنی در سبدسهم قرار دهند تا بهبود بازدهی و کاهش خطر سبدسهم حاصل شود (باروسو و همکاران، ۲۰۲۱، ۲). در واقع می‌توان گفت بهینه‌سازی سبدسهم بر مبنای ارزش سبد سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه، به معنای تعیین ترکیب بهینه از سهام‌ها بر اساس ارزش موجود در سبدسهم است. بازار سرمایه شامل سهام‌های مختلف است که هر کدام دارای ارزش سرمایه شخصی خود هستند. هنگام بهینه‌سازی سبدسهم، ارزش سبد سرمایه‌گذاری به عنوان شاخص اصلی برای تصمیم‌گیری استفاده می‌شود. در این روش، متغیرهای تصمیم‌گیری شامل سهام موجود در سبدسهم و وزن‌دهی به هر سهم است. هدف بهینه‌سازی در اینجا استفاده از ترکیبی از سهام‌ها به نحوی است که ارزش سبد سرمایه‌گذاری را بیشینه کند. به عبارت دیگر، ترکیبی از سهام‌ها که بهره بیشتری را برای سرمایه‌گذار به ارمغان می‌آورد. با توجه به این روش، عواملی مانند عملکرد تاریخی سهام، نقدشوندگی، ریسک و بازده آینده سهام و همچنین توزیع میزان سهام در بازار سرمایه در نظر گرفته می‌شوند. بهینه‌سازی سبدسهم بر مبنای ارزش سبد سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه به کمک روش‌های بهینه‌سازی ریاضی و الگوریتم‌ها انجام می‌شود تا به ترکیب بهینه‌ای از سهام‌ها برای بهبود بازدهی و کاهش ریسک سبدسهم برسیم (ناسینی و همکاران، ۲۰۲۲).

تحقیقات در مورد بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری برای اجرای فرآیند سرمایه‌گذاری عملی در نظر گرفته شده است. بنابراین، توصیف قوانین معاملاتی در بازار مالی واقعی به انتخاب اندازه‌گیری ریسک اهمیت دارد. هزینه‌های تراکنش ضروری و حداقل تعداد معاملات دو عنصر اساسی در بازار معاملات هستند که بدون آنها مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی نمی‌توانند قانع‌کننده باشند. هنگام خرید یا فروش محصولات مالی، هزینه‌های تراکنش برای سرمایه‌گذاران ضروری است؛ زیرا تأثیر مستقیم آنها بر بازده خالص سرمایه‌گذاری دارد. علاوه بر این، محدودیت عملی حداقل مقدار معامله نیز یک قانون اساسی معاملاتی در بازار مالی واقعی است که نشان می‌دهد دارایی‌های سرمایه‌گذار از هر اوراق بهادار به طور نامحدود قابل تقسیم نیست. هر اوراق بهادار دارای حداقل تعداد معاملات مربوطه است که در بازارهای سهام مختلف در سراسر جهان متفاوت است. یک مقدار سهام معامله شده،

^۱ Portfolio Optimization^۲ Barroso

یک مقدار استاندارد شده مرتبط با یک اوراق بهادار خاص را نشان می دهد. این مقدار توسط نهاد نظارتی در بورس اوراق بهادار تعیین می شود که نشان دهنده حداقل واحد معاملات اوراق بهادار است. با توجه به این واقعیت های عملی، تحقیقات موجود تعدادی مدل بهینه سازی سبد سرمایه گذاری را با برنامه ریزی عدد صحیح و برنامه ریزی عدد صحیح مختلط توسعه داده اند. کانو و ویجایاناکایه (۲۰۰۱) مسئله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری را با هزینه های مبادله مقعر و حداقل تعداد معاملات بر اساس معیار ریسک انحراف مطلق مورد مطالعه قرار دادند. سلیمانی و همکاران (۲۰۰۹) حداقل تعداد معاملات، محدودیت های اصلی و سرمایه بخش بازار را به عنوان محدودیت های اضافی در نظر گرفت. ستیاوان و رزادی (۲۰۱۷) با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط (CVaR) به عنوان معیار ریسک، روش های انتخاب پرتفوی را با حداقل تعداد معاملات مورد بررسی قرار دادند. برای حل این مدل های بهینه سازی فوق با محدودیت های عدد صحیح، الگوریتم شاخه و کران و الگوریتم ژنتیک مؤثر و به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفتند. تمامی تحقیقات ذکر شده، بهینه سازی پرتفوی را یک فرآیند تک دوره ای در نظر می گیرند که تنها یک بار در ابتدای دوره، تخصیص سرمایه گذاری را انجام می دهند و تا پایان دوره ادامه می یابد. در عمل، فرآیند سرمایه گذاری به طور کلی برای همان سرمایه گذاران، به ویژه برای سرمایه گذاران نهادی، طولانی مدت است. بر اساس محدودیت های معاملاتی واقعی در بازار مالی، مدل های چند دوره ای بیشتر توسعه یافته اند. لیو و ژانگ (۲۰۱۵) یک مسئله بهینه سازی پرتفوی چند دوره ای با حداقل تعداد معاملات را در نظر گرفتند. علاوه بر مقدارهای حداقل تراکنش، براتی و همکاران (۲۰۱۶) هزینه تراکنش را در نظر گرفتند، سپس مسئله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس میانگین واریانس مدل سازی شد. مشابه موارد تک دوره ای، الگوریتم ژنتیک نیز برای محققین محبوب بود و الگوریتم های ژنتیک مختلف برای مطابقت با مدل های بهینه سازی نمونه کارها طراحی شدند. در میان همه مدل های بهینه سازی پرتفوی، مدل های چند دوره ای بیش از همه، سطح ترجیح ریسک سرمایه گذار را به عنوان یک مقدار ثابت در طول کل افق سرمایه گذاری در نظر می گیرند. با این حال، در طول یک سرمایه گذاری بلندمدت، سرمایه گذاران به طور مداوم بر نوسانات بازار مالی نظارت می کنند که به طور مستقیم بر سطح تحمل ریسک تأثیر می گذارد. بنابراین، مدل های بهینه سازی پرتفوی چند دوره ای قرار است سطح تحمل ریسک را در حال تغییر در نظر بگیرند. اگرچه تحقیقات کمی در رابطه با شاخص پویا وجود دارد، اما در نظر گرفتن آن برای سرمایه گذاران منطقی است. عامل ریسک گریزی تطبیقی در مدل بهینه سازی سبد سرمایه گذاری در مطالعه ژو و همکاران (۲۰۱۷) برای اولین بار معرفی شد. وانگ و همکاران (۲۰۱۷) تحمل ریسک پویا و سطوح بازده مورد انتظار را در مدل سازی بهینه سازی پرتفوی چند دوره ای اعمال کرده اند. در مدل آنها، سطح ترجیح ریسک به جای ارزش ثابت در کل افق سرمایه گذاری، تحت تأثیر نتیجه سرمایه گذاری دوره قبل و همچنین نگرش ریسک انسانی قرار گرفته است. همه این مدل های بهینه سازی سبد سرمایه گذاری که در بالا ذکر شده است بر اساس محیط تصادفی هستند. زیرا، بازده اوراق بهادار به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می شوند. این موضوع نشان می دهد که بازده اوراق بهادار داده های تاریخی کافی را به عنوان پیش نیاز برای استخراج توزیع های احتمالی نیاز دارند. همچنین، براساس موارد اشاره شده مدل های پرتفوی تک دوره ای از جنبه های مختلف مورد بحث قرار گرفته اند، اما موارد چند دوره ای به ندرت مورد توجه قرار گرفته اند، به ویژه زمانی که محدودیت های عملی حداقل تعداد معاملات و ریسک پویا در نظر گرفته می شود. بنابراین، در این پژوهش مدل بهینه سازی چند دوره ای با در نظر گرفتن موارد فوق الذکر بر اساس متغیرهایی است که با عدم قطعیت روبرو است می باشد. علاوه بر این، بهینه سازی سبد سهام در این تحقیق با تمرکز بر بهینه سازی در مقدار بودجه و توجه به هزینه ها و درآمدها در شرکت های بورسی فعال در ایران با این مسأله که یک سرمایه گذار براساس مقدار بودجه در دست خود، سبد بهینه سرمایه گذاری را تعیین نماید. مدل پیشنهاد شده، قادر خواهد بود با در نظر گرفتن مقدار موجود بودجه برای سرمایه گذاری، میزان هزینه های مختلف مرتبط با هر دارایی موجود برای سرمایه گذاری و پیش بینی درآمد یا بازده محتمل هر دارایی موجود به عنوان ورودی، مقدار سرمایه گذاری در هر دارایی موجود و همچنین ترکیب دقیق سبد سهام برای ماکسیمم سازی بازده سرمایه گذاری را تعیین نماید. با توجه به این مسأله و بهره گیری از مدل های بهینه سازی مالی، می توان بهینه سازی در انتخاب و توزیع سرمایه گذاری برای حداکثر سود و بازده ممکن را تعیین کرد.

با توجه به موارد اشاره شده در بالا، در این تحقیق یک مدل تصمیم گیری برای انتخاب پرتفوی با دو رویکرد مدیریت بودجه و کنترل ریسک سرمایه گذاری با تأکید بر ارزش هر سهم پیشنهاد شده است. این دو رویکرد می توانند به سرمایه گذاران کمک کند تا با در نظر گرفتن عوامل مختلف اقتصادی و مالی، سبد سهام خود را به گونه ای مدیریت کنند که همواره در راستای حداکثر کردن بازده و کاهش ریسک باشد. بر طبق نوآوری اشاره شده، نتایج این تحقیق می تواند به عنوان یک ابزار کاربردی برای مدیران

مالی و سرمایه‌گذاران در انتخاب بهینه سبد سهام و مدیریت ریسک‌های سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار گیرد و به توسعه دانش علمی در زمینه مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری کمک کند.

باقیمانده مقاله بصورتی که مشخص شده است سازماندهی شده است. در بخش دوم یک مرور ادبیات از مطالعات گذشته برای شناسایی شکاف تحقیق ارائه شده است. در بخش سوم، متدولوژی پیشنهادی تحقیق برای انتخاب پرتفوی بهینه ارائه شده است. در بخش چهارم، یافته‌های تحقیق براساس مطالعه بازار مالی در ایران ارائه شده است. سرانجام، در بخش پنجم، یک جمع‌بندی به همراه پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه شده است.

۲. پیشینه تحقیق

عبدی و همکاران (۱۴۰۲) در پژوهش خود یک مدل ترکیبی بهینه‌سازی برای سبد سهام با استفاده از فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی، راه حل سازشی ترکیبی و مدل مارکویتز در بورس اوراق بهادار تهران ارائه کردند. آنها نشان دادند با استفاده از معیارهای مؤثر و کارا در انتخاب سبد سرمایه‌گذاری می‌توان بیشترین سودآوری را برای سرمایه‌گذاران خرد و کلان فراهم کرد. نتایج پژوهش نشان داد، مدل ترکیبی ارائه‌شده بازدهی بیشتری را با توجه به ریسک در بازه‌های زمانی مختلف، نصیب سرمایه‌گذاران خواهد کرد. سوری و همکاران (۱۴۰۲) در پژوهش خود یک مدل‌سازی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از نظریه مقدار حدی-کاپیولاهای زوجی انجام دادند. در این پژوهش به دنبال افزایش قدرت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از رویکرد نظریه مقدار حدی-کاپیولاهای زوجی می‌باشند. طیبی و همکاران (۱۴۰۱) در مطالعه خود مدل‌سازی سبد سهام بهینه را با رویکرد ارزش در معرض ریسک چندافقی پارامتریک و ناپارامتریک ارائه کردند. بیان کردند که ارزش در معرض ریسک یکی از معیارهای پرکاربرد سنجش ریسک است که حداکثر ضرر یک سبد سهام را برای یک سطح اطمینان مشخص و در یک افق زمانی معلوم اندازه می‌گیرد. شرفی و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهش خود یک مدلی دو مرحله‌ای برای بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از استراتژی‌های بتای هوشمند با رویکرد فازی ارائه کردند که به عنوان مسئله‌ی انتخاب سبد سهام، همواره یکی از موضوعات جذاب و کاربردی در بازارهای مالی بشمار می‌رود. آقا محمدی و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهش خود اثر انتخاب دوره مطالعه بر حل بهینه‌سازی سبد سهام را براساس معیار متفاوت ریسک با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری بررسی کردند که نوسان بازدهی سهام در بازار سرمایه در دوره‌های متفاوت را می‌تواند محاسبه کند. برای حل این مسأله یک مدل برای بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس مدل میانگین-واریانس و مدل میانگین-درصد دارایی در معرض ریسک که معیار ارزش در معرض ریسک را از منظر دیگری موردبررسی قرار داده، ارائه کرده‌اند. آسوده و اسدی (۱۳۹۷) یک مدل‌سازی برای بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه کردند. بنابراین، بررسی استفاده از الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی پرتفوی می‌باشد. علاوه بر این، در میان مطالعات خارجی نیز، بهرا و همکاران (۲۰۲۳) در مطالعه خود، بهینه‌سازی پرتفوی مبتنی بر میانگین ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم‌های رگرسیون یادگیری ماشین برای بازارهای سهام چند ملیتی را ارائه کردند که عملکرد آتی بازارهای سهام حیاتی‌ترین عامل در ایجاد پرتفوی بشمار می‌آید. گونجان و باتاچاریا (۲۰۲۳) در مطالعه خود مروری کوتاه بر تکنیک‌های بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته‌اند. نشان دادند که بهینه‌سازی سبد همیشه یک پیشنهاد چالش برانگیز در امور مالی و مدیریت بوده است. بهینه‌سازی سبد سهام انتخاب پرتفوی‌ها را در یک موقعیت نوسان بازار تسهیل می‌کند. همچنین تلاشی برای تدوین تکنیک‌های کلاسیک، هوشمند و الهام‌گرفته از کوانتومی که می‌توانند در بهینه‌سازی پورتفولیو استفاده شوند، انجام شده است. حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳) در مطالعه خود بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از مدل انحراف مطلق میانگین استوار با هدف بهینه‌سازی سبد سهام با فرض توزیع ناشناخته بازده دارایی از نظر توزیع را با یک محدودیت تسلط تصادفی مبهم در نظر می‌گیرد. ناسینی و همکاران (۲۰۲۲) در مطالعه خود یک بهینه‌سازی سبد سهام چند بازاری با ارزش شرطی در معرض ریسک انجام دادند. این مطالعه یک چارچوب بهینه‌سازی جدید برای مدیریت پرتفوی چند بازاری را پیشنهاد کرده، که در آن یک ستاد مرکزی انتخاب پورتفولیوی بازار را به شرکت‌های وابسته تخصصی واگذار می‌کند. هیون و لی (۲۰۲۲) در پژوهش خود به تاثیرات مثبت استراتژی تامین مالی سبد سهام برای شرکت‌های نوپا پرداخته‌اند.

^۱ Behera

^۲ Gunjan & Bhattacharyya

^۳ Hosseini-Nodeh

^۴ Nasini

براساس موارد بررسی شده، معیارهای زیادی برای ارزیابی و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری وجود دارد که مدیران، تصمیم‌گیرندگان و سرمایه‌گذاران با عوامل مختلفی در ارزیابی پرتفوی روبرو هستند. با توجه به مفهوم اندازه‌گیری عملکرد یک سبد سرمایه‌گذاری، استفاده از معیارهایی که کمتر مورد استفاده قرار گرفته اند اما کارآمد هستند ترجیحا ترجیح داده می‌شود. در این راستا، معیارهای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری باید به‌طور خاص برای استفاده توسط سرمایه‌گذاران قابل استفاده باشد. این مدل‌های ذکر شده عموما به‌منظور ترکیبی از پیش‌بینی بازده سهام با مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام، که به‌طور کامل از مزایای پیش‌بینی سهام در مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام استفاده می‌کند، نتایج امیدوار کننده‌ای را به ما نشان داده است. بنابراین، در این مقاله سعی داریم تا این مرحله را برای ارزیابی عملکرد مدل‌های چند دوره ای که قابلیت در نظر گرفتن متغیرهایی که نامطمئن هستند دنبال نماییم. همچنین، در نظر گرفتن تأثیرات هزینه‌ها و درآمدهای شرکت‌های بورسی فعال در ایران در تعیین بودجه بهینه در طول فرآیند بهینه‌سازی سبد سهام برای سرمایه‌گذار قابلیت مطمئن تری را از انتخاب سبد سهام فراهم می‌آورد تا با در نظر گرفتن آن و بهره‌گیری از مدل‌های بهینه‌سازی مالی، می‌توان بهینه‌سازی در انتخاب و توزیع سرمایه‌گذاری برای حداکثر سود و بازده ممکن را تعیین کرد.

جدول ۱. طبقه‌بندی ادبیات

نوع تحقیق	نام نویسنده و سال انتشار	روش							رویکرد فراابتکاری			حل قطعی
		کاپولا	AHP	مارکویتز	Cvar	بتا	یادگیری ماشین	تابع ارزش	MOBAC	NSGA-II	کلونی زنبور عسل	
فصل ۲	سوری و همکاران ۱۴۰۲	*			*							
	عبدی و همکاران ۱۴۰۲		*	*			*					
	محمدی و همکاران ۱۴۰۱				*						*	
	طیبری و همکاران ۱۴۰۱				*					*		
	شرفی و همکاران ۱۴۰۱					*					*	
	آقا محمدی و همکاران ۱۴۰۱			*					*	*		
	آسوده و اسدی ۱۳۹۷				*						*	
فصل ۳	بهره و همکاران ۲۰۲۳			*			*					
	حسینی نوده و					*	*					

										همکاران ۲۰۲۳	
			*			*				ناسینی و همکاران ۲۰۲۲	
*		*		*		*	*			تحقیق حاضر	

۳. روش تحقیق

چارچوب پیشنهاد شده به طور کلی در دو فاز قابل پیاده سازی است. در فاز اول ارزش سبدهای سرمایه گذاری محاسبه می شود و در فاز دوم مدل پرتفوی بکارگرفته می شود. بنابراین، هدف این تحقیق بررسی مدل شاخص ریسک برای انتخاب پرتفوی نامشخص با ریسک پس زمینه با الگوریتم ژنتیک و سپس امکان بهینه سازی پرتفوی متشکل از سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک و استفاده از مدل ریاضی در دو فاز می باشد.

فاز ۱: محاسبه ارزش سبد سرمایه گذاری

هدف فاز اول اختصاص امتیاز کمی قابل مقایسه به هر سرمایه گذار است. این فاز به صورت کامل در مقالات پژوهش شده است، و روشی محبوب در انتخاب سبد سرمایه گذار است. تاکید می کنیم که هدف ما بهبود پژوهش گذشته در این حوزه نیست. هر فرآیندی در مقالات که منجر به ارائه ارزش قابل برآزش سبد سرمایه گذاری به سرمایه گذار باشد، قابل استفاده است، و فرآیند فاز دوم را مختل نمی کنند. نقش اصلی این مقاله نمایش مزایای نگاه فاز ۲ به انتخاب سبد سرمایه گذاری است. روش توسعه یافته تعدادی از جنبه های انتخاب سبد سرمایه گذاری را در نظر می گیرد، و منجر به امتیازاتی می شود که می توان از آن در مقایسه با روش های مقالات استفاده کرد. تابع ارزش (VF) را توسعه می دهیم و از آن برای مقایسه هر سبد سرمایه گذاری بر اساس معیار انتخابی سرمایه گذار استفاده می کنیم. نکات زیر پایه VF را مشخص می کنند که عبارت اند از:

۱- VF ارزش قابل مقایسه ای به تمامی سبدهای سرمایه گذاری احتمالی تخصیص می دهد. ارزش سبدهای سرمایه گذاری بر مبنای مجموعه ای از معیارها محاسبه می شود. هر معیار برای سرمایه گذار اهمیت متفاوتی دارد، و میانگین وزن دار ارزش معیار، ارزش نهایی سبد سرمایه گذاری را مشخص می کند. ارزش معیار با مقایسه امتیاز آن با امتیاز نیازهای سرمایه گذار محاسبه می شود. امتیاز معیار نشان دهنده میزان یا سنجشی از سرمایه گذاری در آن معیار است. به صورت خلاصه، هدف ما محاسبه ارزش هر سبد سرمایه گذاری، به صورت میانگین وزن دار ارزش براساس تمامی معیارها است. ارزش هر معیار بر مبنای امتیاز ارائه شده توسط سرمایه گذار محاسبه می شود.

۲- ارزش معیار بر مبنای بازه مد نظر ارزیابی می شود. بازه مد نظر شامل دو آستانه است: آستانه صلاحیت بیش از حد و آستانه غیرقابل قبول. هر دو آستانه وابسته به سرمایه گذار هستند، یعنی ممکن است سرمایه گذاران سهام مختلف تدابیر مختلفی برای این آستانه ها داشته باشند.

۳- عبور از آستانه صلاحیت بیش از حد یا سقوط به زیر آستانه غیرقابل قبول وابسته به معیار است. اگر معیاری با امتیاز بالا مطلوب باشد (مانند امتیازات بالا در کیفیت)، آنگاه عبور از آستانه صلاحیت بیش از حد متناظر با حرکت بالای آستانه صلاحیت بیش از حد است؛ و سقوط از آستانه غیرقابل قبول معادل حرکت زیر آستانه قابل قبول است.

۴- اگر امتیاز معیار از آستانه صلاحیت بیش از حد آن معیار عبور کند، ارزش معیار، مستقل از امتیاز معیار، برابر با بیشینه ارزش قرار داده می شود. با این کار، زمانی که امتیاز از آستانه صلاحیت بیش از حد تجاوز می کند، سرمایه گذارهایی که دارای صلاحیت بیش از حد هستند، هر ارزشی در معیار دریافت نمی کنند. توجه داشته باشید که صلاحیت بیش از حد در یک معیار سرمایه گذار را جریمه نمی کند، بلکه منجر به ارزش اضافی نیز نمی شود.

^۱ Value Function

۵- جریمه زمانی رخ می‌دهد که امتیاز آن معیار زیر آستانه قابل قبول قرار گیرد. به عبارت دیگر، اگر امتیاز معیار زیر آستانه قابل قبول برسد، نسبت به زمانی که درون بازه مطلوب قرار دارد، ارزش آن معیار در نرخ بالاتری افت می‌کند. این کاهش اضافی سبدهای سرمایه‌گذاری که موفق به تحقق نیازهای سرمایه‌گذاران از حیث بازگشت سرمایه نیستند را جریمه می‌کند.

هدف از VF توسعه یافته، تولید و استفاده از بازه مطلوب بر مبنای نیازهای سرمایه‌گذار برای هر معیار است. تمامی معیارهای مرتبط با سرمایه‌گذار برای تعیین ارزش کلی سبد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شوند. پارامترهای VF روی مجموعه‌ای از $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ معیار و $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ شرکت تعریف می‌شود. فرض می‌کنیم که a^i نشان دهنده وزن تخصیص یافته به معیار i ، نشان دهنده اهمیت نسبی آن نسبت به سایر معیارها است ($0 \leq a^i \leq 10$). این تدابیر بر مبنای قضاوت مدیریت تعیین می‌شود. دیگر ضربی که تعریف می‌شود β^i است؛ اگر امتیاز بالای معیار i مطلوب باشد (مانند سودآوری)، β^i برابر ۱ و در صورتی که امتیازهای پایین مطلوب باشد (مانند جریمه) برابر -۱ قرار داده می‌شود. کران پایین با L^i نشان داده می‌شود، و اگر $\beta = 1$ باشد، متناظر با آستانه غیرقابل قبول است؛ همچنین اگر $\beta = -1$ باشد، متناظر با آستانه صلاحیت بیش از حد است. به صورت مشابه، U^i کران بالای معیار i را نشان می‌دهد، و اگر $\beta = 1$ باشد، متناظر با آستانه صلاحیت بیش از حد است؛ همچنین اگر $\beta = -1$ باشد، متناظر با آستانه غیر قابل قبول است. ضرب جریمه به صورت F^i نشان داده می‌شود، و زمانی که معیار i به زیر آستانه غیرقابل قبول افت می‌کند موثر واقع می‌شود. پارامترهای L^i, U^i و F^i بر اساس معادلات اقتصادی استفاده شده در سازمان بورس اوراق بهادار محاسبه می‌شوند.

VF با محاسبه ارزش هر معیار i در تمامی شرکت‌های J شروع می‌شود. این روش با معادله (۱) محاسبه می‌شود:

$$z_{ji} = \frac{s_{ij} - \mu_i}{\omega_i} \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (1)$$

که s_{ij} نشان دهنده امتیاز شرکت j ، در معیار i است، و μ^i و ω^i بر اساس معادلات (۲) و (۳) محاسبه می‌شود. معیار i کمی است یا می‌توان به سادگی به امتیاز کمی تبدیل کرد.

$$\mu_i = (U_i + L_i)/2 \quad \forall i \in I, \quad (2)$$

$$\omega_i = (U_i - L_i)/2 \quad \forall i \in I. \quad (3)$$

روش پیشنهادی امکان مقایسه معیارها با واحدهای مختلف را فراهم می‌کند. z_j^i واحدی ندارد و تنها مانند تدبیر مقایسه عمل می‌کند. استفاده از ω^i امکان استقلال تدبیر محاسبه شده از طول بازه مطلوب (L^i, U^i) را فراهم می‌کند. هر معیار با واحد متناسب استفاده می‌شود، اما در نهایت منجر به امتیاز قابل مقایسه می‌شود. برای هر مقدار درون بازه مطلوب، z_j^i مقداری بین -۱ و ۱ می‌دهد. ارزش کلی معیار i برای شرکت j بر اساس رابطه (۴) محاسبه می‌شود:

$$O_{ji} = \alpha_i(\beta_i \min\{1, z_{ji}\} + F_i \min\{0, 1 + \beta_i z_{ji}\} - \beta_i \min\{0, 1 + z_{ji}\}). \quad (4)$$

O_j^i نشان دهنده تابعی خطی مشخص کننده ارزش معیار است. برای مقادیر درون بازه مطلوب (L^i, U^i)، ارزش معیار بین $(-\alpha^i, +\alpha^i)$ است. برای مواردی با $\beta^i = 1$ (یا $\beta^i = -1$)، امتیاز O_j^i برای مقادیر بالاتر از U^i (زیر L^i) محاسبه نمی‌شود و برای مقادیر زیر L^i (بالای U^i) جریمه اضافه می‌شود.

در نهایت، مقدار کلی ارزش سبد سرمایه‌گذاری J بر اساس رابطه (۵) مشخص می‌شود:

$$W_j = \sum_{i \in I} O_j i. \quad (۵)$$

VF مطلوبیت هر سهم از سوی سرمایه‌گذار را به عنوان معیار اصلی در نظر می‌گیرد، و مقادیر واقع‌گرایانه‌تری ارائه می‌کند که بر ارزش تابع هر شرکت را نشان می‌دهد و نشان‌دهنده ترجیح یا رتبه در مقایسه با سایر شرکت‌ها در سبد سرمایه‌گذاری نیست. این مقادیر در مقایسه با امتیازات ترجیحی شرکت یا رتبه آن‌ها برای فاز ۲ مناسب‌تر هستند. می‌توان از رویکرد پیشنهادی برای شرکت‌های فعال در بازار سرمایه با چندین جز یا شعبات تبعی استفاده کرد. در این موارد، هر جنبه از اجزا به عنوان معیاری مجزا برای آن شرکت در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال، اگر از یک شرکت برای دو کالا استفاده شود، و معیار انتخاب قیمت هر سهم باشد، آنگاه قیمت سهم به عنوان معیار انتخاب مجزا در نظر گرفته می‌شود $\bar{i} \in I$. در این خصوص، معیار قیمت سهم، مقداری در تابع O_j^i تولید می‌کند، و در ارزش کلی شرکت W_j مشارکت می‌کند. می‌بایست از ارزش کلی سبد سرمایه‌گذاری W_j تنها به عنوان امتیاز مقایسه‌ای استفاده شود. W_j منفی معنای خاصی ندارد. هرچه W_j کمتر منفی باشد (یا بیشتر مثبت باشد)، سبد سرمایه‌گذاری بهتری را نشان می‌دهد. با این حال، پیاده‌سازی W_j درون مدل پرتفوی نیازمند مقدار مثبت است. به دلیل این که افزودن مقداری برابر به هر W_j تاثیری روی فرآیند مقایسه ندارد، مقدار مطلق یا حداقل محاسبه شده W_j به اضافه یک به تمامی مقادیر ارزش هر سبد سرمایه‌گذاری اضافه می‌شود. این کار باعث می‌شود حداقل مقدار محاسبه شده برابر ۱ باشد، که برای محاسبات آتی در مدل پرتفوی قابل قبول است.

$$w_j = w_j + |\min\{w_j\}| + 1 \quad \forall j \in J. \quad (۶)$$

در این پژوهش، ابتدا به بررسی مطالعات پیشین در زمینه انتخاب سبد سهام پرداخته و بر این اساس مهمترین معیارهای انتخاب سهام از نگاه بنیادی که در بیشتر پژوهش‌ها از آن‌ها استفاده شده شناسایی شد. شاخص‌های ارزیابی هر یک که در جدول ۲ آمده است استخراج شده است.

جدول ۲. معیارهای انتخاب سبد سهام

ردیف	معیار اصلی	شاخص ها	منابع
۱	نقدینگی	نسبت جاری	بهره و همکاران (۲۰۲۳) حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳)
		نسبت آبی	
		نسبت نقدی	
۲	کارایی	گردش کل دارایی ها	براندهورف و همکاران (۲۰۲۲)
		گردش حسابهای دریافتی	
		گردش موجودی کالا	
۳	اهرم	نسبت کل بدهی ها به کل دارایی ها	ناسینی و همکاران (۲۰۲۲) حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳) بهره و همکاران (۲۰۲۳)
		نسبت بدهی به سرمایه	
۴	ریسک	ضریب بتای هر سهم	تاکار چاودزی (۲۰۲۱) ناسینی و همکاران (۲۰۲۲) حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳) بهره و همکاران (۲۰۲۳)
		ریسک مالی	
		ریسک تجاری	
۵	سودآوری	سود هر سهم	ناسینی و همکاران (۲۰۲۲) حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳) بهره و همکاران (۲۰۲۳) تاکار چاودزی (۲۰۲۱) ناسینی و همکاران (۲۰۲۲) حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۳) بهره و همکاران (۲۰۲۳)
		نسبت سود تقسیمی	
		نرخ بازده دارایی ها	
		نرخ بازده حقوق صاحبان سهام	
		حاشیه سود خالص	
۶	بازار	نسبت قیمت به سود هر سهم	بارسو و همکاران (۲۰۲۱) گونجان و باتاچاریا (۲۰۲۳)
		نسبت قیمت به فروش	
		نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری	
		روند سود عملیاتی	
		روند سود هر سهم	
		روند قیمت سهام	

نتیجه گیری فاز اول، فرآیند انتخاب سبد سرمایه گذاری در این مقاله شرح داده شده است. بخش بعدی مدل پرتفوی را وارد فرآیند انتخاب می کند.

فاز دوم: اعمال مدل ریاضی پرتفوی

در این قسمت یک مدل ریاضی با سه تابع هدف برای مدل پرتفوی معرفی شده است. که هدف اول بیشینه‌سازی پیشرفت سبد سرمایه‌گذاری است. هدف دوم مدل پرتفوی کمینه‌سازی ریسک با کمینه‌سازی کوواریانس بین سبدهای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است هدف سوم بیشینه‌سازی ارزش میانگین سرمایه‌گذار در طی زمان است. هدف ما ارائه مدلی است که نه تنها تغییرات مقادیر سبدهای سرمایه‌گذاری را در طی زمان دنبال می‌کند، بلکه همچنین ریسک شکست را به حداقل می‌رساند. استفاده از نظریه پرتفوی به معنای این نیست که سرمایه‌گذار روی هر سبد سرمایه‌گذاری می‌کند، و به دنبال نرخ بازگشت سرمایه بهتر در آینده است. بلکه به دنبال انتخاب شرکتی هستیم که در فاز ۱ ارزش بالاتری دارد، و برای ریسک کمتر همبستگی منفی دارد. فاز ۱ به تنهایی می‌تواند برای تعیین بهترین سبد سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار گیرد، اما انتخاب سبد بر اساس امتیازات معیار استاتیک ممکن است با تصمیمات استراتژیک همخوانی نداشته باشد. بدون در نظر گرفتن تغییرات شرکت‌ها، این انتخاب در آینده بهینه نخواهد بود. هدف ما ارائه مدلی است که تغییرات سبدهای سرمایه‌گذاری را در طول زمان پیگیری کرده و ریسک شکست را کاهش دهد. برخی شرکت‌ها تحت تأثیر اختلال‌های مشابه قرار می‌گیرند و عدم انتخاب آن‌ها در سبدهای سرمایه‌گذاری اهمیت دارد. این رویکرد با انتخاب تصادفی سبدها متفاوت است و همبستگی بین شرکت‌ها را در نظر می‌گیرد. نظریه پرتفوی به عنوان روشی برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، به ارزیابی و حفظ شرکت‌ها با هدف کاهش ریسک و بهبود تناسب در بلندمدت می‌پردازد. این نظریه به معنای سرمایه‌گذاری در هر سبد نیست، بلکه به دنبال انتخاب شرکت‌هایی با ارزش بالاتر و همبستگی منفی کمتر هستیم. با استفاده از داده‌های تاریخی، ارزش سبدها را محاسبه کرده و تغییرات آن‌ها را بررسی می‌کنیم. میزان داده‌های تاریخی مورد نیاز بستگی به هدف پژوهش دارد؛ برای تغییرات اخیر می‌توان از بازه‌های کوتاه‌مدت و برای دوام سبدها از بازه‌های بلندمدت استفاده کرد. پیشرفت یا شکست سبدها نشان‌دهنده حرکت به سمت یا دور شدن از امتیاز معیار مطلوب است. مدل پرتفوی سه هدف دارد: اول، بیشینه‌سازی پیشرفت سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از نرخ بازگشت. نرخ بازگشت به تغییر ارزش سبدها اشاره دارد و هدف آن دستیابی به تغییرات در طول زمان است. افزایش ارزش سبد نشان‌دهنده بهبود تناسب آن با سرمایه‌گذار است و لزوماً به معنای سود محقق شده نیست.

۳-۱. مفروضات اساسی مدل ریاضی پیشنهادی

به منظور تبیین ساختار ریاضی مسئله و تعیین مرزهای عملیاتی مدل تخصیص بودجه و بهینه‌سازی پرتفوی، مفروضات زیر در نظر گرفته شده است:

رویکرد چنددوره‌ای پویا: افق برنامه‌ریزی به صورت گسسته و چنددوره‌ای (tET) در نظر گرفته می‌شود و سرمایه‌گذار امکان بازآرایی و تجدید ساختار سبد سهام را در پایان هر دوره دارد.

محدودیت کل بودجه: کل بودجه در دسترس سرمایه‌گذار محدود و مشخص است و مجموع هزینه‌های خرید سهام در هر دوره نمی‌تواند از سقف بودجه تخصیص‌یافته تجاوز کند.

عدم امکان فروش استقرای: سرمایه‌گذار تنها مجاز به خرید دارایی‌ها مواضع خرید است و وزن یا سهم هر دارایی در پرتفوی همواره نامنفی است. ($x \geq 0$)

داده‌های بنیادی پایدار در طول هر دوره: مقادیر تابع ارزش استاتیک حاصل از فاز اول (تحلیل بنیادی) برای هر سهم، در طول یک دوره برنامه‌ریزی مشخص، ثابت فرض می‌شود و دستخوش تغییرات آنی نمی‌گردد.

ماتریس کوواریانس پویا: ریسک سیستماتیک دارایی‌ها بر اساس ماتریس کوواریانس بازدهی تاریخی در طول دوره‌های زمانی محاسبه می‌شود و نرخ تحمل ریسک سرمایه‌گذار در طول زمان متغیر (پویا) است.

سرمایه‌گذاری تمام بودجه: فرض می‌شود تمام بودجه تخصیص‌یافته در هر دوره باید میان دارایی‌های منتخب توزیع شود و نگهداری وجه نقد بدون بازده در مدل لحاظ نمی‌شود (مگر اینکه سهمی به عنوان دارایی بدون ریسک تعریف شده باشد).

از رابطه (۸) برای محاسبه نرخ بازگشت در سبدهای سرمایه‌گذاری در بازه‌های مشخص $t \in T = \{1, 2, \dots, l\}$ (مثلاً هر ۶ ماه، یک سال و غیره) استفاده می‌کنیم، و از میانگین R_j برای دستیابی به ارزش مورد نرخ بازگشت هر سبد سرمایه‌گذاری استفاده می‌کنیم.

$$r_{jt} = \frac{2(w_{jt} - w_{j,t-1})}{w_{jt} + w_{j,t-1}} \quad (۸)$$

$$R_j = \frac{\sum_{t \in T} r_{j,t+1}}{l} \quad (۹)$$

که r_j^t نرخ بازگشت سبد سرمایه‌گذاری j بین بازه‌های زمانی t و $t-1$ است. هدف دوم مدل پرتفوی کمینه‌سازی ریسک با کمینه‌سازی کوواریانس بین سبدهای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است. کوواریانس بین سبد j و j^0 بر اساس (۱۰) محاسبه می‌شود، و همچنین واریانس را نیز در نظر می‌گیرد.

$$\delta_{jj'} = \sum_{t \in T} (r_{jt} - R_j)(r_{j't} - R_{j'})/l \quad (۱۰)$$

به صورت کلی، بیشینه‌سازی نرخ بازگشت سرمایه و کمینه‌سازی کوواریانس بین دارایی‌ها، اهداف اصلی بهینه‌سازی پرتفوی هستند. با این حال در این مقاله برخلاف سرمایه‌گذاری‌های مالی، نظریه پرتفوی به سبد سرمایه‌گذاری اعمال می‌شود. در این مورد، مقدار میانگین سبد سرمایه‌گذاری در طی زمان و نیز توسعه احتمالی آن نیز مهم است. در حالی که سرمایه‌گذار با فروش سهام پس از افزایش قیمت، مستقل از ارزش اولیه بهره می‌برد، ارزش سبد سرمایه‌گذاری در هر مرحله نشان دهنده قابلیت آن برای تطبیق با ملزومات سرمایه‌گذار است. سرمایه‌گذار تحت تاثیر ارزش سبد سرمایه‌گذاری در طی زمان قرار دارد، و حتی ممکن است سبد سرمایه‌گذاری در حال افول با ارزش میانگین بالا را به جای سبد با سرعت رشد بالا و ارزش میانگین کمتر انتخاب کند. این کار به این دلیل انجام می‌شود که سبد سرمایه‌گذاری اول تطابق بیشتری با ملزومات سرمایه‌گذار دارد. بنابراین هدف سوم بیشینه‌سازی ارزش میانگین سرمایه‌گذار در طی زمان را تعریف می‌کنیم. ارزش میانگین سبد سرمایه‌گذاری بین بازه‌های t تا t^0 به صورت معادله (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$w_{j,tt'} = \frac{\sum_t t w_{jt}}{\sum_t t} \quad (۱۱)$$

که w_j^t ارزش سبد سرمایه‌گذاری j در بازه t است. از میانگین وزن‌دار برای تاکید بیشتر روی تغییرات اخیر ارزش استفاده می‌شود. اکنون پارامترهای مورد نیاز برای فرموله کردن مدل پرتفوی محاسبه شده است. سبد سرمایه‌گذاری j دارای ظرفیت حداکثر سهام c_j و حداقل مقدار b_j است. با این حال y_{max} نشان دهنده بیش‌ترین تعداد شرکت‌هایی است که سرمایه‌گذار به دنبال آن‌ها می‌گردد. فرض کنید x_j نشان دهنده تقاضای سهام سرمایه‌گذاری شده از سبد سرمایه‌گذاری j ، و y_j نشان دهنده متغیر باینری انتخاب سبد سرمایه‌گذاری باشد. مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به صورت مجموعه معادلات (۱۲) تا (۱۸) فرموله می‌شود.

$$\max \sum_{j \in J} R_j x_j \quad (۱۲)$$

$$\max \sum_{j \in J} w_{j,tt'} x_j \quad (۱۳)$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{j' \in J} \delta_{jj'} x_j x_{j'} \quad (۱۴)$$

s. t.

$$\sum_{j \in J} x_j = 1 \quad (۱۵)$$

$$\sum_{j \in J} y_j \leq y_{max} \quad (۱۶)$$

$$b_i y_j \leq x_j \leq c_i y_j \quad \forall j \in J \quad (۱۷)$$

$$y_j \in \{0,1\}, \quad x_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (18)$$

تابع هدف (۱۲) پیشرفت سبدهای سرمایه‌گذاری را بیشینه می‌کند. هدف (۱۳) مقدار میانگین پرتفوی را بیشینه می‌کند و هدف (۱۴) ریسک را کمینه می‌کند. محدودیت (۱۵) ارضای تقاضا برای هر سبد سرمایه‌گذاری را تضمین می‌کند، و محدودیت‌های (۱۶) تعداد سهم در هر سبد انتخابی را به y_{max} محدود می‌کند. محدودیت (۱۷) مقدار سهم را که می‌تواند از بیشترین تعداد شرکت‌ها تهیه کند محدود می‌کند. محدودیت‌های (۱۸) ملزومات باینری و غیرمنفی روی متغیرهای تصمیم هستند.

۴. یافته‌های تحقیق

در این بخش از پژوهش شرکت‌های فعال در بازار اول تابلوی اصلی و فرعی بورس و همچنین بازار دوم بورس و شرکت‌های فعال در بازار اول و دوم فرابورس که تا پیش از سال ۱۳۹۷ وارد این بازارها شده‌اند، در نظر گرفته شده است. برای این منظور، اطلاعات مورد نیاز که شامل اطلاعات صورت‌های مالی و نسبت‌های مالی شرکت‌های حاضر در پژوهش بوده است با مراجعه به وبسایت‌های fipiran.com و bourseview.com برای سال‌های ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۲ استخراج شده است و در مجموع اطلاعات ۴۲۰ سهم مربوط به ۴۲ صنعت مختلف گردآوری شده است.

۴-۱. الگوریتم فراابتکاری NSGA-II

الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithm) یک روش بهینه‌سازی و جستجو است که بر اساس اصول انتخاب طبیعی و فرایندهای تکاملی در زیست‌شناسی طراحی شده است. این الگوریتم‌ها به طور خاص برای حل مسائل پیچیده و بهینه‌سازی در زمینه‌های مختلف مانند مهندسی، اقتصاد، علوم کامپیوتر و غیره استفاده می‌شوند. الگوریتم ژنتیک در این تحقیق با استفاده از نرم افزار پایتون کد نویسی شده است. شبه کد آن مطابق ذیل در نرم افزار فرمول نویسی شده است. این الگوریتم یکی از الگوریتم‌های محبوب برای بهینه‌سازی چندهدفه است. در زیر شبه کد پیاده‌سازی ساده از NSGA-II ارائه شده است.

۴-۱-۱. تنظیم پارامترهای الگوریتم فراابتکاری

در این بخش از تحقیق به تنظیم پارامترهای الگوریتم فراابتکاری NSGA-II با استفاده از طرح آزمایش L9 تاگوجی پرداخته شده است. برای استفاده از این روش، ابتدا برای پارامترهای الگوریتم ۳ سطح مختلف (کم با کد ۱، متوسط با کد ۲ و زیاد با کد ۳) تعریف می‌کنیم. سپس آزمایش‌های از پیش تعریف شده در این الگوریتم به ازای تمام ترکیبات ممکن اجرا می‌شود. مقادیر پیشنهادی برای پارامترهای این الگوریتم مطابق جدول ۳ می‌باشد.

جدول ۳. پارامترها و سطوح آنها برای الگوریتم NSGA-II

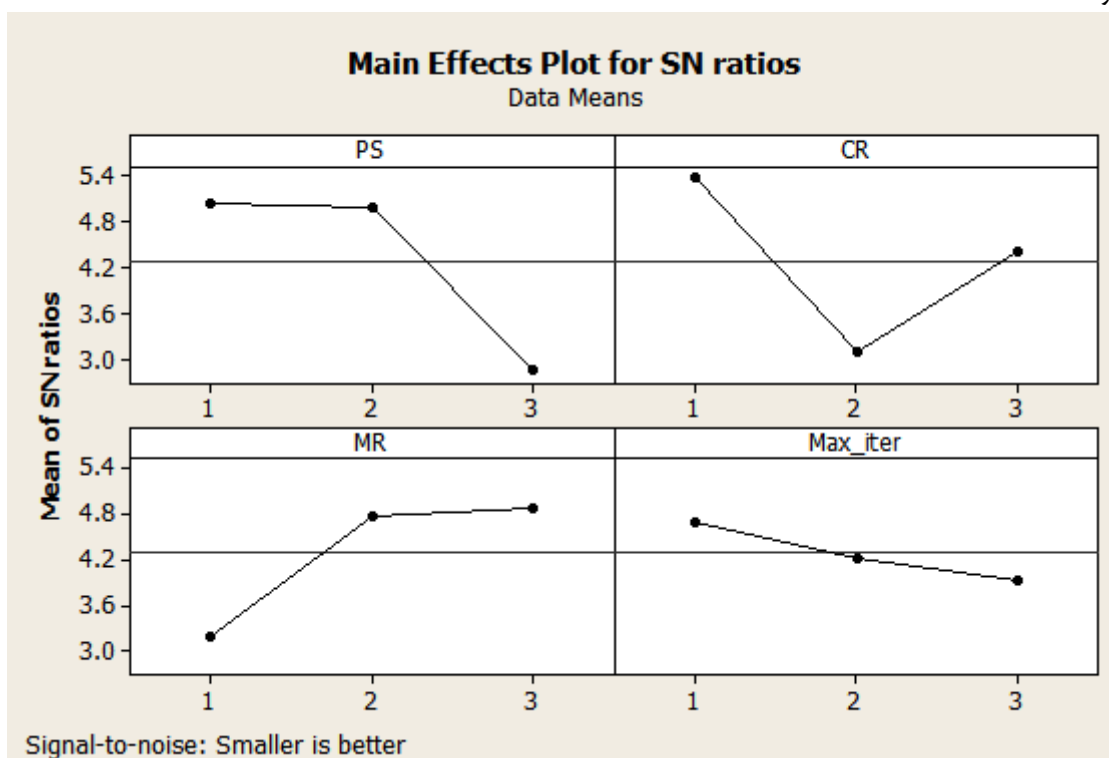
مقادیر هر سطح			پارامتر
سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳	
۴۰	۴۵	۵۰	Population size (PS)
۰٫۸	۰٫۹	۱	Crossover rate (CR)
۰٫۱۲	۰٫۱۵	۰٫۲	Mutation rate (MR)
۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	Maximum iterations (Max_iter)

سپس با طرح L9 تاگوجی آزمایشات مختلف را ایجاد و برای هر کدام، الگوریتم NSGA-II اجرا شده است. نتایج اجرا برای محاسبه شاخص MID در جدول ۴ ارائه شده است. در این جدول کلیه حالات ممکن به ازای سطوح مختلفی که برای فاکتورهای الگوریتم NSGA-II در نظر گرفته شده است نشان داده شده است. برای مثال در آزمایش اول، کلیه فاکتورهای به ازای کمترین سطح خود در آزمایش حضور دارند. در آزمایش دوم، فاکتور PS با مقدار کمترین سطح و سایر فاکتورها با مقدار سطح متوسط مربوط به خود حضور دارند. به همین ترتیب سایر حالت ممکن براساس قاعده جایگشت در آمار تکمیل می‌شود. با اجرای هر آزمایش و محاسبه مقدار شاخص MID سطح پاسخ مورد نظر با استفاده از این شاخص برآورد می‌شود.

جدول ۴. مقادیر متغیر پاسخ در تکنیک تاگوچی برای NSGA-II

شماره اجرا	پارامترهای الگوریتم				شاخص MID
	PS	CR	MR	Max_iter	
1	۱	۱	۱	۱	۰,۵۳۴
2	۱	۲	۲	۲	۰,۶۱۲
3	۱	۳	۳	۳	۰,۵۳۷
4	۲	۱	۲	۳	۰,۴۹۱
5	۲	۲	۳	۱	۰,۵۷۶
6	۲	۳	۱	۲	۰,۶۳۷
7	۳	۱	۳	۲	۰,۵۹۹
8	۳	۲	۱	۳	۰,۹۷۳
9	۳	۳	۲	۱	۰,۶۴۲

حال با ارائه این خروجی ها به نرم افزار MINITAB نمودار S/N به صورت شکل ۱ ارائه می شود. براساس مقدار محاسبه شده نسبت سیگنال به نویز به ازای کلیه سطوح در نظر گرفته شده برای هر یک از فاکتورها، هر چه این مقدار برای سطح مورد نظر کمتر باشد، مقدار آن سطح برای آن فاکتور انتخاب می شود. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، کمترین مقدار نسبت سیگنال به نویز برای فاکتور PS در زمانی اتفاق می افتد که این شاخص در سطح زیاد خود با کد ۳ قرار دارد. بنابراین، مقداری که برای این پارامتر در الگوریتم NSGA-II در نظر می گیریم برابر با ۵۰ خواهد بود. همچنین، کمترین مقدار نسبت سیگنال به نویز برای شاخص CR مربوط به سطح متوسط با کد ۲ این فاکتور است. بنابراین، فاکتور CR با مقدار ۰,۹ در الگوریتم حضور خواهد داشت. علاوه بر این، کمترین مقدار برای فاکتور MR مربوط به زمانی است که این فاکتور در سطح پایین خود با کد ۱ قرار دارد می باشد. بنابراین، این فاکتور در الگوریتم با مقدار ۰,۱۲ حضور خواهد داشت. سرانجام، فاکتور Max_iter کمترین مقدار نسبت به نویز را وقتی دارد که در سطح زیاد خود با کد ۳ قرار داشته باشد. بنابراین، این فاکتور در الگوریتم با مقدار ۱۲۰ حضور خواهد داشت.



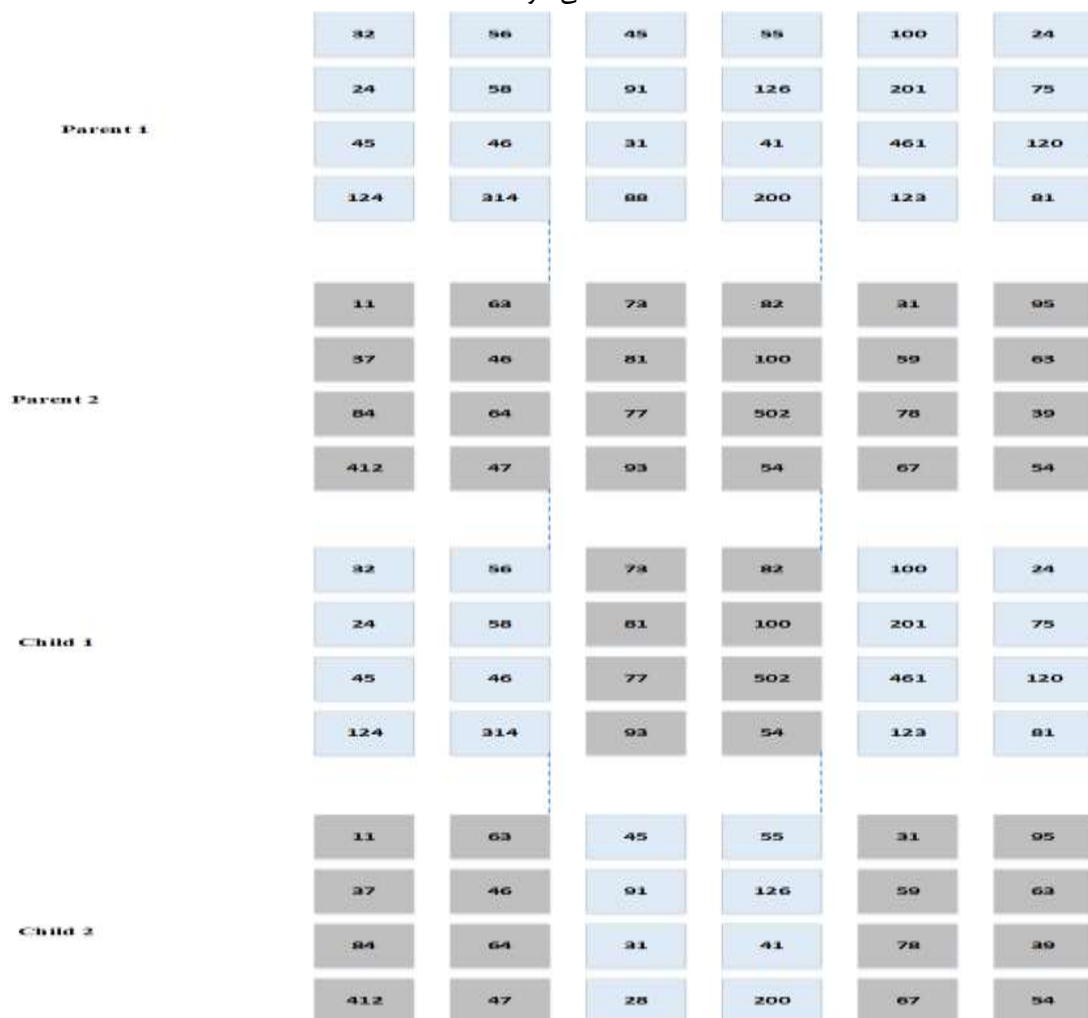
شکل ۱. خروجی مینی تب برای روش تاگوچی در الگوریتم NSGA-II

حال بر اساس خروجی ارائه شده در نمودار فوق بهترین مقدار هر پارامتر در جدول ۵ مشخص شده است و سایر مثال ها با این مقادیر پارامترهای الگوریتم، اجرا می شود. در جدول ۵ مقدار بهینه پارامترها ارائه شده است.

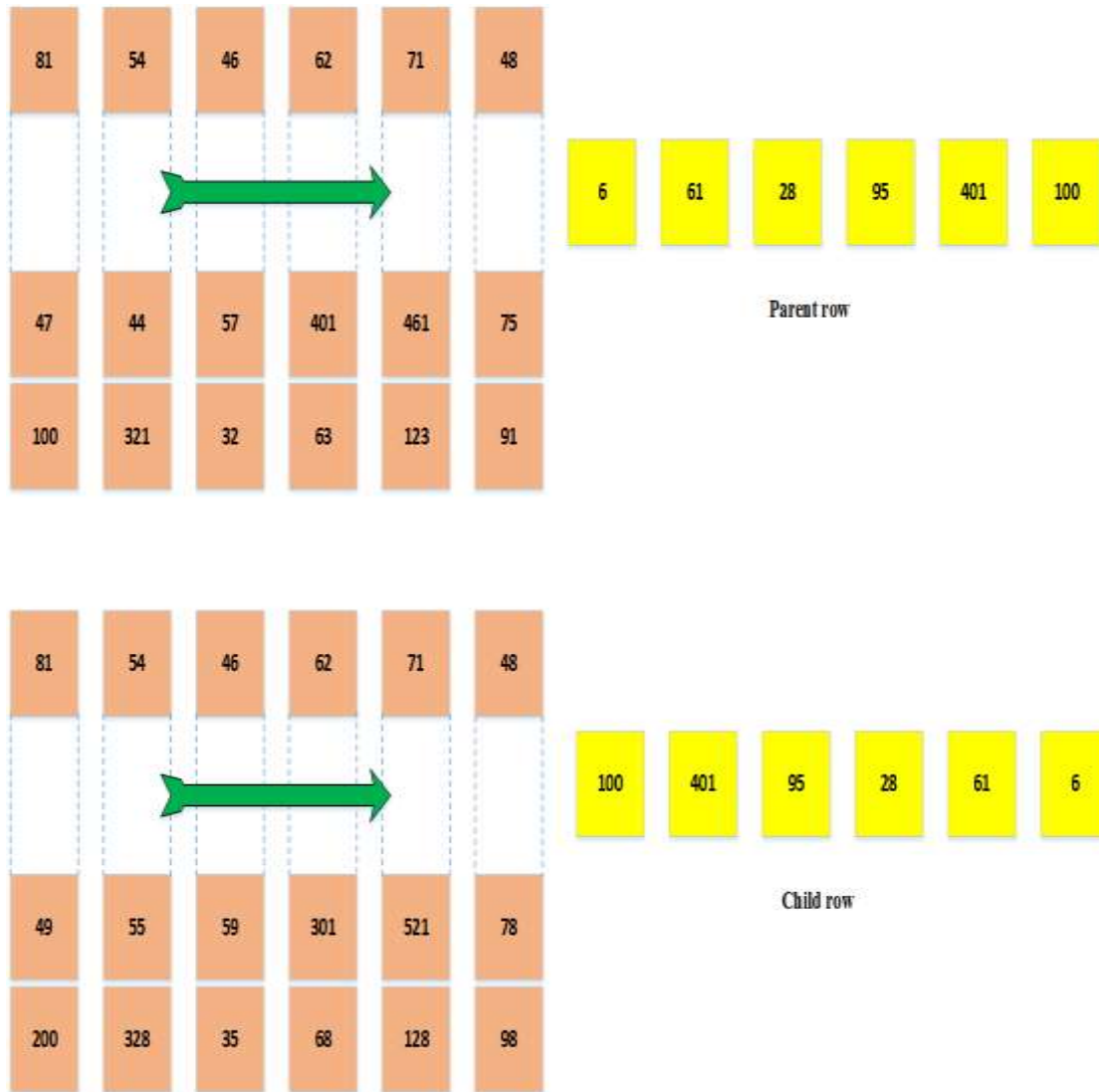
جدول ۵. مقدار بهینه متغیرها در NSGA-II

پارامتر	مقدار بهینه
Population size (PS)	۵۰
Crossover rate (CR)	۰٫۹
Mutation rate (MR)	۰٫۱۲
Maximum iterations (Max_iter)	۱۲۰

علاوه بر این در شکل های ۲ و ۳ تنظیمات مربوط به تقاطع و جهش نشان داده شده است. در شکل ۲ تقاطع نقاط در الگوریتم NSGA-II نشان داده شده است. سازوکار این عملگر به این صورت است که دو نقطه به طور تصادفی در کروموزوم انتخاب می شوند و در رشته های هر کروموزوم جابه جا می شوند. در شکل ۳، نحوه جهش در الگوریتم NSGA-II برای این تحقیق نشان داده شده است. این عملگر نشان می دهد که دو نقطه به صورت تصادفی انتخاب می شوند و هر رشته در این ردیف معکوس می شود.



شکل ۲. تنظیمات مربوط به عملگر تقاطع در الگوریتم NSGA-II



شکل ۳. تنظیمات مربوط به عملگر جهش در الگوریتم NSGA-II

۴-۲. محاسبه ارزش سهام صنایع

در این بخش از تحقیق، ارزش سهام هر یک از صنایع براساس در نظر گرفتن عواملی همچون نقدینگی، کارایی، اهرم، ریسک، سودآوری و بازار محاسبه شده است. برای این منظور، به طور مجزا برای هر یک از بازارها براساس معیارها یک تابع ارزش محاسبه شده است. سپس، میانگین هر یک از مقادیر محاسبه شده برای هر عامل به عنوان تابع ارزش نهایی در نظر گرفته شده است. در جدول ۶ نتایج مربوط به محاسبه تابع ارزش هر سهم براساس مقدار O_{ji} طبق هر عامل محاسبه شده است. همچنین، به منظور محاسبه تابع ارزش نهایی، مقدار میانگین نسبی O_{ji} برای هر سهم در هر صنعت در نظر گرفته شده است. نظر به اینکه هر چه مقدار میانگین بیشتر باشد مطلوبیت انتخاب آن سهم برای تحلیلگر بیشتر است، کلیه سهم هایی که مقدار میانگین نسبی O_{ji} براساس هر عامل بیشتر از صفر محاسبه شده است به رنگ قرمز در آمده است. این سهم ها در مدلسازی ریاضی بکارگرفته می شوند تا با استفاده از آنها سبد بهینه مشخص گردد.

جدول ۶. سهام منتخب برای تشکیل پرتفوی

سهام	نماد سهام	نقدینگی	کارایی	اهرم	ریسک	سودآوری	بازار	O_{ji}
استخراج زغال سنگ	کطبس	0	0	0	0	0	0.142944	0.023824
استخراج کانه های فلزی	کاما	0	0	0	0	0	0.086131	0.014355
اطلاعات و ارتباطات	اوان	0	0	0	0	- 0.03136	0.166667	0.022552
انبوه سازی، املاک و مستغلات	ثامان	0	0	0	0	0	0.15853	0.026422
	ثرود	0	0	0	0	0	0.112103	0.018684
	ثشاهد	0	0	0	0	0	0.0829	0.013817
بانکها و موسسات اعتباری	وبملت	- 0.06986	0	0	0	0	0.103275	0.005569
بیمه و صندوق بازنشستگی به جز تامین اجتماعی	بپاس	0	0	- 0.05714	0	- 0.04415	0.166667	0.010896
	بساما	- 0.04907	0	0	- 0.07692	0	0.166667	0.006779
	دانا	0	0	0	0	- 0.02519	0.06347	0.00638
	ودی	0	0	0	0	- 0.16134	0.166667	0.000888
حمل و نقل، انبارداری و ارتباطات	حپترو	0	0	0	0	0	0.039361	0.00656
	حتوکا	0	0.04694	- 0.05243	0	0	0.166667	0.011216
خودرو و ساخت قطعات	خچرخش	0	0.07594	- 0.00613	0	0	0.110311	0.004707
رایانه و فعالیت‌های وابسته به آن	مداران	0	0	- 0.11412	0	0	0.120418	0.001049
زراعت و خدمات وابسته	زمگسا	- 0.12331	0	0	0	0	0.166667	0.007226
ساخت محصولات فلزی	چدن	0	0	0	0	- 0.00848	0.123362	0.019147
	فادر	0	0.03155	-	0	- 0.06493	0.096585	1.68E-05
سایر واسطه گریهای مالی	وایران	- 0.05867	0	0	0	- 0.09402	0.166667	0.002268
سرمایه گذاریها	پردیس	0	0	0	0	- 0.15385	0.166667	0.002137
	واتی	0	0.03543	- 0.00572	0	0	0.105179	0.010671

0.007986	0.113127	0	0	0	0	- 0.06521	و اعتبار	
0.001244	0.16358	0	- 0.15612	0	0	0	وخارزم	
0.003954	0.023721	0	0	0	0	0	وساپا	
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	سپهان	سیمان، آهک و گچ
0.015761	0.166667	0	0	0	0	-0.0721	سرود	
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	سغرب	
0.016324	0.163921	- 0.06598	0	0	0	0	سنیر	
0.011845	0.166667	0	0	- 0.00648	0	- 0.08912	سهرمز	
0.014959	0.089751	0	0	0	0	0	وامید	شرکتهای چند رشته ای صنعتی
0.018054	0.166667	- 0.05834	0	0	0	0	دماوند	عرضه برق، گاز، بخار و آب گرم
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	شاوان	فرآورده های نفی، کک و سوخت هسته ای
0.013951	0.166667	0	0	- 0.08296	0	0	شبهرن	
0.013628	0.166667	0	0	-0.0849	0	0	شنفت	
0.023443	0.166667	0	0	- 0.02601	0	0	امید	فعالیت های کمی به نهادهای مالی واسط
0.018843	0.15537	0	0	0	0	- 0.04231	فخوز	فلزات اساسی
0.000332	0.166667	0	- 0.08108	0	0	-0.0836	وتوکا	
0.006928	0.166667	- 0.08654	-0.0211	0	0	- 0.01746	قنیشا	قند و شکر
0.01814	0.108838	0	0	0	0	0	پارتا	لاستیک و پلاستیک
0.021202	0.127213	0	0	0	0	0	پسهند	
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	تپمپی	ماشین آلات و تجهیزات
0.007126	0.042758	0	0	0	0	0	تکشا	ماشین آلات و دستگاه های برقی
0.006859	0.162392	- 0.05095	- 0.03252	0	0	- 0.03777	پاکشو	محصولات شیمیایی
0.003325	0.166667	0	- 0.11111	0	0	-0.0356	جم	

0.010314	0.166667	0	0	0	0	- 0.10478	شاملا	
0.013711	0.166667	-0.0844	0	0	0	0	شخارک	
0.011204	0.166667	0	0	0	- 0.07145	- 0.02799	شدوص	
0.016643	0.099857	0	0	0	0	0	تبرک	محصولات غذایی و آشامیدنی به جز قند و شکر
0.014265	0.085588	0	0	0	0	0	غپونه	
0.019555	0.166667	0	0	0	- 0.04934	0	غچین	
0.015339	0.092032	0	0	0	0	0	غشصفا	
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	غصینو	
0.018669	0.166667	- 0.04167	- 0.01299	0	0	0	غفارس	
0.0106	0.166667	0	- 0.00433	0	- 0.08208	- 0.01666	غگلپا	
0.015419	0.092516	0	0	0	0	0	داسوه	مواد و محصولات دارویی
0.017042	0.139179	- 0.03662	0	0	0	- 0.00031	دجابر	
0.027778	0.166667	0	0	0	0	0	دشیمی	

با اجرای مدل ریاضی پیشنهاد شده برای فاز دوم جهت تشکیل پرتفوی بازار سرمایه گذاری در میان صنایع منتخب گوناگون شناسایی شده، سهام مورد نیاز در هر یک از صنایع انتخاب شده است. پس از اجرای مدل ریاضی هر یک از سهام هایی که در تشکیل پرتفوی نقش دارند با عدد یک مشخص شده اند. در غیر اینصورت مقدار صفر برای سهام ها در نظر گرفته شده است. با توجه به نتایج محاسبه شده برای تشکیل پرتفوی بهینه از سهام های کطیس، کاما، اوان، ثامان، بساما، دانا، حتوکا، مداران، چدن، واتی، واعتبار، سیهان، سرود، سنیز، سهرمز، وامید، دماوند، شاوان، امید، پارتا، تپمپی، شاملا، شخارک، شدوص، تبرک، غپونه، غچین، غصینو، غفارس، داسوه و دجابر از صنایع مختلف استفاده کرد. در این پرتفوی بهینه سهام هایی از صنایع بانک ها و مؤسسات اعتباری، خودرو و ساخت قطعات، سایر واسطه گریهای مالی، فلزات اساسی، زراعت و خدمات وابسته، قند و شکر، ماشین آلات و دستگاه های برقی نقشی ندارند. همچنین، در جدول ۷ پرتفوی بهینه و همچنین، پرتفویی که به ازای هر یک از صنایع می توانیم در نظر بگیریم نشان داده شده است.

جدول ۷. پرتفوی بهینه در هر صنعت

صنعت	سهم	وزن نسبی	مقدار y_j
استخراج زغال سنگ	کطبس	0.023824	۱
استخراج کانه های فلزی	کاما	0.014355	۱
اطلاعات و ارتباطات	اوان	0.022552	۱
انبوه سازی، املاک و مستغلات	ثامان	0.026422	۱
بیمه و صندوق بازنشستگی به جز تامین اجتماعی	بساما	0.006779	۱
	دانا	0.00638	۱
حمل و نقل، انبارداری و ارتباطات	حتوکا	0.011216	۱
رایانه و فعالیت های وابسته به آن	مداران	0.001049	۱
ساخت محصولات فلزی	چدن	0.019147	۱
سرمایه گذاریها	واتی	0.010671	۱
	واعتبار	0.007986	۱
سیمان، آهک و گچ	سپهان	0.027778	۱
	سرود	0.015761	۱
	سنیر	0.016324	۱
	سهرمز	0.011845	۱
شرکتهای چند رشته ای صنعتی	وامید	0.014959	۱
عرضه برق، گاز، بخار و آب گرم	دماوند	0.018054	۱
فراورده های نفتی، کک و سوخت هسته ای	شاوان	0.027778	۱
فعالیت های کمکی به نهادهای مالی واسط	امید	0.023443	۱
لاستیک و پلاستیک	پارتا	0.01814	۱
ماشین آلات و تجهیزات	تپمپی	0.027778	۱
محصولات شیمیایی	شاملا	0.010314	۱
	شخارک	0.013711	۱
	شدوص	0.011204	۱
محصولات غذایی و آشامیدنی به جز قند و شکر	تبرک	0.016643	۱
	غپونه	0.014265	۱
	غچین	0.019555	۱
	غصینو	0.027778	۱
	غفارس	0.018669	۱
مواد و محصولات دارویی	داسوه	0.015419	۱
	دجابر	0.017042	۱

سرانجام، در جدول ۸ نتایج حاصل از حل دقیق مثال‌های تولید شده با نرم‌افزار GAMS با نتایج حاصل از الگوریتم NSGA-II براساس دو معیار زمان و مقدار تابع هدف با یکدیگر مقایسه شده‌است. از آنجایی که زمان حل نرم‌افزار GAMS برای مسائل با ابعاد بالا بسیار زیاد است محدودیت زمانی ۳۶۰۰ ثانیه یا همان ۱ ساعت برای آن در نظر گرفته شده‌است. لازم به ذکر است چنانچه حل مسئله در نرم‌افزار GAMS زمانی بیش از ۱ ساعت لازم داشته باشد نرم‌افزار GAMS با رسیدن به زمان ۱ ساعت یک جواب موجه (نه الزاماً بهینه) را ارائه کرده و اجرای برنامه اتمام می‌یابد. در جدول ۸ خلاصه نتایج مقایسه نرم‌افزار GAMS با الگوریتم NSGA-II براساس اجرای آزمایش در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ بر مبنای مقایسه با شاخص‌های مالی ارائه شده‌است. بر طبق نتیجه بدست آمده، از اجرای محاسبات مشخص شده است که مدل ریاضی قابلیت بسیار مطلوبی در حل مسئله در ابعاد کوچک از خود نشان می‌دهد. حتی با وجود اینکه زمان محاسباتی در برخی از نمونه‌ها افزایش می‌یابد و بالطبع بعد مسئله افزایش یافته است نیز صدق می‌کند. زیرا گپ بین نتایج حل قطعی و مدل فراابتکاری صفر درصد گزارش شده است. اما با افزایش بیشتر در شاخص‌های مالی و افزایش پیچیدگی مسئله ضمن افزایش زمان محاسباتی، گپ بین نتایج نیز تا حدی که قابل قبول می‌باشد افزایش پیدا می‌کند. اما با توجه به اینکه در مسائل کوچک و متوسط گپ بین مدل ریاضی و مدل فراابتکاری قابل اغماض بوده است با اعتماد به نتایج محاسبه شده طبق مدل فراابتکاری می‌توانیم برای حل مسائل در ابعاد بزرگ به نتایج ارائه شده توسط آن تکیه نماییم.

جدول ۸. نتایج حل مسائل نمونه با GAMS و الگوریتم NSGA-II

GAP (%)	الگوریتم ژنتیک چند هدفه		حل دقیق با نرم‌افزار GAMS		بازار	سودآوری	ریسک	اهرم	کارایی	نقدینگی	شماره مسئله	بعد مسئله
	زمان حل (ثانیه)	تابع هدف	زمان حل (ثانیه)	تابع هدف								
۰٪	۵۷,۷	۶۸۸۰	۱۲۵	۶۸۸۰	۰,۰۰۲	۰,۴۵	۰,۲۵	۰,۰۰۳	۰,۷۵	۰,۰۲	PR1	بعد کوچک
۰٪	۶۵,۳۲	۷۵۸۹	۱۴۰	۷۵۸۹	۰,۰۰۲	۰,۴۵	۰,۲۵	۰,۰۰۴	۰,۸۵	۰,۰۳	PR2	کوچک
۰٪	۱۷۹,۸۲۷	۳۵۲۰	۱۳۳۰	۳۵۲۰	۰,۰۰۲	۰,۵۵	۰,۳۵	۰,۰۰۵	۰,۸۷	۰,۱	PR3	بعد متوسط
۲٪	۲۶۳,۸	۲۹۳۲	۲۸۵۰	۳۹۶۵	۰,۰۰۳	۰,۵۵	۰,۳۵	۰,۰۰۶	۰,۸۸	۰,۲	PR4	
۰,۰۲٪	۳۹۴,۹	۴۰۶۲	۳۳۶۰	۴۱۸۷	۰,۰۰۳	۰,۶۰	۰,۴۵	۰,۰۰۷	۰,۹۰	۰,۲۵	PR5	
—	۵۶۷,۴	۵۵۶۴	—	—	۰,۰۰۴	۰,۷۰	۰,۵۰	۰,۰۰۹	۱	۰,۵	PR6	بعد بزرگ
—	۶۶۴,۷	۶۰۳۶	—	—	۰,۰۰۴	۰,۷۵	۰,۵۵	۰,۱	۱	۰,۶	PR7	

۵. نتیجه گیری

این پژوهش چارچوبی برای انتخاب و تعیین پرتفوی سبد سهام براساس تعریف تابع ارزش و مدلسازی ریاضی ارائه شده است. برای این منظور، مجموع اطلاعات ۴۲۰ سهم مربوط به ۴۲ صنعت مختلف گردآوری شده است. ابتدا ارزش معیار سهام محاسبه شده است. سپس، با حل مدل ریاضی انتخاب سهام مناسب برای تشکیل سبد بهینه براساس کمترین ریسک ممکن انتخاب می شود. برای این منظور، تابع ارزش هر سهم براساس مقدار تابع ارزش طبق هر عامل محاسبه شده است. همچنین، به منظور محاسبه تابع ارزش نهایی، مقدار میانگین نسبی برای هر سهم در هر صنعت در نظر گرفته شده است. نظر به اینکه هر چه مقدار میانگین بیشتر باشد مطلوبیت انتخاب آن سهم برای تحلیلگر بیشتر است، کلیه سهم هایی که مقدار میانگین نسبی آن بیشتر باشد در مدلسازی ریاضی بکارگرفته شده اند تا با استفاده از آنها سبد بهینه مشخص گردد از آن ۷ مسئله در ابعاد مختلف به ازای تغییرات در شاخص های مالی ارائه شده است. بر طبق نتیجه بدست آمده، از اجرای محاسبات مشخص شده است که مدل ریاضی قابلیت بسیار مطلوبی در حل مسأله در ابعاد کوچک از خود نشان می دهد. حتی با وجود اینکه زمان محاسباتی در برخی از نمونه ها افزایش می یابد و بالطبع بعد مسأله افزایش یافته است نیز صدق می کند. زیرا گپ بین نتایج حل قطعی و مدل فراابتکاری صفر درصد گزارش شده است. اما با افزایش بیشتر در شاخص های مالی و افزایش پیچیدگی مسأله ضمن افزایش زمان محاسباتی، گپ بین نتایج نیز تا حدی که قابل قبول می باشد افزایش پیدا می کند. اما با توجه به اینکه در مسائل کوچک و متوسط گپ بین مدل ریاضی و مدل فراابتکاری قابل اغماض بوده است با اعتماد به نتایج محاسبه شده طبق مدل فراابتکاری می توانیم برای حل مسائل در ابعاد بزرگ به نتایج ارائه شده توسط آن تکیه نماییم. مهمترین پیشنهادات برای پژوهش های آتی عبارت اند از: استفاده از چارچوب اولویت بندی بعد از شناسایی سهام های باارزش در هر صنعت و تعیین اهمیت تأثیر گذاری هر یک از عوامل در نظر گرفته شده در تعیین ارزش هر سهم در هر صنعت و همچنین، پیش بینی سبد سهام با استفاده از ابزارهای هوشمند مانند یادگیری ماشین برای مطالعات بیشتر پیشنهاد می شود.

منابع:

- اسلامی بیدگلی، غلامرضا، طیبی ثانی، احسان. (۱۳۹۳). بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۵(۱۸)، ۱۶۸-۱۸۶.
- خادم پور آرانی، عباس، کیقبادی، امیر رضا، معدنچی زاج، مهدی، زمردیان، غلامرضا. (۱۴۰۱). مدل تلفیقی چند هدفه و اقتصادسنجی جهت بهینه سازی پرتفوی سهام. پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی، ۱۴(۵۴)، ۲۶۳-۲۹۲.
- خداوردی، سعید، ترابی گودرزی، محمد، راعی عزآبادی، محمدابراهیم. (۱۳۹۲). رویکرد دو مرحله ای ریاضی در بهینه سازی سبد سهام. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۴(۱۴)، ۱۳۶-۱۶۷.
- سوری، علی، فلاح پور، سعید، فروش باستانی، علی احمدی، احسان. (۱۴۰۲). مدلسازی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از نظریه مقدار حدی-کاپیولاهای زوجی. دانش سرمایه گذاری، ۱۳(۴۹)، ۵۱-۷۶.
- طیبی، محمد علی، داودی، سید محمدرضا، عبدالباقی عطاآبادی، عبدالمجید. (۱۴۰۱). انتخاب سبد سهام بهینه با رویکرد ارزش در معرض ریسک چندافقی پارامتریک و ناپارامتریک. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۳(۵۳)، ۱۶-۳۳.
- عبیدی، نسیمه، مرادزاده فرد، مهدی، احمدزاده، حمید، خدام، محمود. (۱۴۰۲). ارائه مدل ترکیبی بهینه سازی سبد سهام با استفاده از فرایند تحلیل سلسله مراتبی، راه حل سازشی ترکیبی و مدل مارکویتز (مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران). دانش سرمایه گذاری، ۱۲(۴۸)، ۵۳۹-۵۵۸.
- محمدی، ایمان، محمدی خشوئی، حمزه، آقایی چادگانی، آرزو. (۱۴۰۱). بهینه سازی پرتفوی در فضای حباب بازار سرمایه، کاربردی از الگوریتم کلونی زنبور عسل. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۳(۵۳)، ۱۵۳-۱۷۲.
- Behera, J., Pasayat, A. K., Behera, H., & Kumar, P. (2023). Prediction based mean-value-at-risk portfolio optimization using machine learning regression algorithms for multi-national stock markets. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 120, 105843.
- Bemporad, A., Puglia, L., & Gabbriellini, T. (2011). A stochastic model predictive control approach to dynamic option hedging with transaction costs. In *Proceedings of the 2011 American control conference* (pp. 3862-3867). IEEE.
- Brandhofer, S., Braun, D., Dehn, V., Hellstern, G., Hüls, M., Ji, Y., & Wellens, T. (2022). Benchmarking the performance of portfolio optimization with QAOA. *Quantum Information Processing*, 22(1), 25.
- Gunjan, A., & Bhattacharyya, S. (2023). A brief review of portfolio optimization techniques. *Artificial Intelligence Review*, 56(5), 3847-3886.
- Adibi, M. A., & Pourghader Chobar, A. (2025). Decision intelligence to enhance bank profitability through customer promotion path design. *Journal of Systems Thinking in Practice*, 4(1), 70-82.
- Hosseini-Nodeh, Z., Khanjani-Shiraz, R., & Pardalos, P. M. (2023). Portfolio optimization using robust mean absolute deviation model: Wasserstein metric approach. *Finance Research Letters*, 54, 103735.
- Kalayci, C. B., Ertenlice, O., & Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, 125, 345-368.
- Keihani, H. (2021). Macro Economic Factors Influencing the Indian Stock Market with Special Reference to Bombay Stock Market. *Shodh Sarita*, 8(29), 263-268.
- Keihani, H. (2025). Simulation-based on multi-objective optimization in complex system: A meta-modeling approach. *Complexity Analysis and Applications*, 2(1), 25-38.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Nasini, S., Labbé, M., & Broccone, L. (2022). Multi-market portfolio optimization with conditional value at risk. *European Journal of Operational Research*, 300(1), 350-365.
- Barroso, B. C., Cardoso, R. T., & Melo, M. K. (2021). Performance analysis of the integration between Portfolio Optimization and Technical Analysis strategies in the Brazilian stock market. *Expert Systems with Applications*, 186, 115687.
- Black, F., & Scholes, M. (1919). The pricing of options and corporate liabilities. In *World scientific reference on contingent claims analysis in corporate finance: Volume 1: Foundations of CCA and equity valuation* (pp. 3-21). World Scientific.
- Samieifard, M., Abolghasemian, M., & Pourghader Chobar, A. (2024). The impact of innovation, performance, and e-commerce development in the online shop on online marketing: A case study in the industry. *Interdisciplinary journal of management studies*, 18(1), 1-17.
- Shakerian, M., & Keihani, H. (2026). AI-Driven Economic Forecasting for Industry 5.0 Enterprises. In *Industry 5.0's Impact on Economic Innovation* (pp. 35-50). IGI Global Scientific Publishing.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. McGraw-Hill Education
- Elton, E.J., Gruber, M.J., Brown, S.J., & Goetzmann, W.N. (2013). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley & Sons.

- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Hull, J. C. (2015). *Options, futures, and other derivatives*. Pearson.
- Lim, C., Sherali, H. D., & Uryasev, S. (2010). Portfolio optimization by minimizing conditional value-at-risk via nondifferentiable optimization. *Computational Optimization and Applications*, 46, 391–415.
- Lotfi, R., Mehrjerdi, Y. Z., Pishvaei, M. S., Sadeghieh, A., & Weber, G. W. (2021). A ROBUST OPTIMIZATION MODEL FOR SUSTAINABLE AND RESILIENT CLOSED-LOOP SUPPLY CHAIN NETWORK DESIGN CONSIDERING CONDITIONAL VALUE AT RISK. *Numerical algebra, control & optimization*, 11(2).
- Miloş, L. R., Haşegan, C., Miloş, M. C., Barna, F. M., & Boţoc, C. (2020). Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) of stock market indexes. Empirical evidence from seven central and eastern European markets. *Sustainability*, 12(2), 535.
- Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261–297.
- Morgan, J. P., & Reuters (1996). *RiskMetrics TM - technical document: Technical report*, Morgan Guaranty Trust Company of New York.
- Murphy, J. J. (1999). *Technical analysis of the financial markets a comprehensive guide to trading methods and applications*. New York Institute of Finance.
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2, 21–42.
- Sohrabi, R., Pouri, K., Sabk Ara, M., Davoodi, S. M., Afzoon, E., & Pourghader Chobar, A. (2021). Applying sustainable development to economic challenges of small and medium enterprises after implementation of targeted subsidies in Iran. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021(1), 2270983.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- Shiller, R. J. (2003). From efficient markets theory to behavioral finance. *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 83–104.
- Thakkar, A., & Chaudhari, K. (2021). A comprehensive survey on portfolio optimization, stock price and trend prediction using particle swarm optimization. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 28, 2133–2164.
- Thaler, R. H. (2016). Behavioral economics: Past, present, and future. *American Economic Review*, 106(7), 1577–1600.
- Vasileiou, E. (2021). Efficient markets hypothesis in the time of COVID-19. *Review of Economic Analysis*, 13(1), 45–63.
- Vaseei, M., Agha, M. N. J., Abolghasemian, M., & Chobar, A. P. (2024). Investigating the role of transformative technologies and smart processes on sustainable business. In *Building smart and sustainable businesses with transformative technologies* (pp. 38-51). IGI Global Scientific Publishing.
- Wen, F., Zhang, M., Xiao, J., & Yue, W. (2022). The impact of oil price shocks on the risk-return relation in the Chinese stock market. *Finance Research Letters*, 47, 102788.